

На правах рукописи



Хаймович Иван Михайлович

**ВЛИЯНИЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ
КОРРЕЛЯЦИЙ И ОСОБЕННОСТЕЙ
ЗОННОЙ СТРУКТУРЫ НА
СПЕКТРАЛЬНЫЕ И ТРАНСПОРТНЫЕ
СВОЙСТВА КВАЗИДВУМЕРНЫХ
ФЕРМИ-СИСТЕМ**

01.04.07 – Физика конденсированного состояния

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт физики микроструктур Российской академии наук (ИФМ РАН), Нижний Новгород

Научный руководитель: Мельников Александр Сергеевич,
доктор физико-математических наук

Официальные оппоненты: Демиховский Валерий Яковлевич,
доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой,
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Девятов Игорь Альфатович,
доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник,
Научно-исследовательский институт
ядерной физики им. Д.В. Скобелъ-
цына Московского государственного
университета им. М.В. Ломоносова

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт имени П.Н. Лебедева Российской академии наук

Защита состоится «04» апреля 2013 г. в 16 часов на заседании диссертационного совета Д 002.098.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт физики микроструктур Российской академии наук (607680, Нижегородская область, Кстовский район, д. Афонино, ул. Академическая, д. 7).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт физики микроструктур Российской академии наук, Нижний Новгород.

Автореферат разослан «04» марта 2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук,
профессор



Гайкович К. П.

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Феномен сверхпроводимости активно изучается на протяжении уже более ста лет. Одним из важных проявлений сверхпроводимости является эффект близости, который заключается в проникновении куперовских пар из сверхпроводника (S) в нормальный металл (N) в SN - контакте на расстояние порядка длины когерентности в N-области ξ_N с одновременным подавлением амплитуды Δ_∞ энергетической щели Δ в спектре возбуждений сверхпроводника на расстоянии порядка длины когерентности ξ_S от границы раздела. Важным следствием этого эффекта является наведение сверхпроводящей энергетической щели Δ_{ind} в спектре возбуждений в тонких плёнках нормального металла с толщиной $d \ll \xi_N$. Наличие наведённой щели в спектре N-электрода влияет на измеримые характеристики, такие как плотность состояний в SN-системах [1] и критический ток джозефсоновских SNS-контактов [2].

В последнее десятилетие были получены такие соединения, как графен, являющиеся предельным случаем тонких плёнок, рассмотренных в работе [1]. Другим классом соединений с низкоразмерным транспортом являются топологические изоляторы (ТИ), в которых вблизи границы существуют транспортные краевые состояния, устойчивые к слабому локальному беспорядку. При этом объёмный транспорт в этих соединениях практически отсутствует. Особенности в спектре нормальных возбуждений графена (G) и топологических изоляторов приводят к нетривиальным эффектам при помещении их в контакт со сверхпроводниками. Так в литературе по изучению контактов ТИ со сверхпроводниками с изотропным спариванием большое внимание уделяется появлению эффективных триплетных корреляций [3], возникающих из-за сильного спин-орбитального взаимодействия в ТИ. Однако в большинстве работ наведённый сверхпроводящий потенциал в топологических изоляторах конструируется *феноменологически* в предположении простейшей его скалярной структуры в пространстве подзон спектра ТИ.

Микроскопическое описание наведённой сверхпроводимости в 2D системе связано с проблемой сшивки волновых функций подсистем с существенно различной кристаллической структурой и поверхностями Ферми. Часть подходов к решению этой задачи основана на решении полной микроскопической задачи в приближении эффективной массы и сшивке волновых функций подсистем по непрерывности с учётом дельта-функционального барьера [2]. В другом классе подходов используется метод туннельного гамильтониана (см., например, работу [4] и литературные источники в ней). Наряду с рассмотренными в литературе вопросами наведения триплетной сверхпроводимости в ТИ, важной проблемой является устойчивость “топологически защищённых” краевых состояний к сверхпроводящим корреляциям, а также

замешивание подзон размерного квантования спектра топологического изолятора сверхпроводником при учёте туннелирования между подсистемами с изменением угловой симметрии состояния. Эффективный сверхпроводящий параметр порядка в этом случае имеет матричную структуру в пространстве подзон спектра 2D ТИ, что в итоге может привести к нетривиальным особенностям спектра краевых мод 2D ТИ и заблокировать квазичастичный транспорт по этим каналам вдоль определённых направлений.

Эффект близости в SN -контакте также связан с феноменом андреевского отражения: конверсией нормального квазичастичного тока, втекающего в контакт из N-электрода, в сверхтекучий ток куперовских пар в S-области. В контакте сверхпроводника с графеном из-за особенностей зонной структуры последнего андреевское отражение электрона может происходить зеркально [5], в отличие от случая обычного металла, когда дырка отражается практически в обратном направлении вдоль траектории падающего электрона. Наряду с особенностями зонной структуры, на андреевское отражение нетривиальным образом влияет приложение внешнего магнитного поля. Магнитные поля изменяют транспорт в нормальной подсистеме, локализуя квазичастицы вдоль краевых состояний в режиме квантового эффекта Холла (КЭХ). В этом случае падающие и отражённые от сверхпроводника квазичастицы оказываются разделены в пространстве. Для изучения транспортных свойств таких систем в литературе применяется в основном квазиклассическое описание краевых мод, применимое для достаточно слабых магнитных полей. Поэтому представляется необходимым проведение расчета транспорта в SN -контактах в режиме КЭХ нормальной подсистемы, применимого в широких пределах магнитных полей и уровней Ферми μ (от квантового до квазиклассического предела), а также выявление особенностей указанного транспорта в зависимости от зонной структуры N-подсистем.

Наряду с локализацией квазичастичного транспорта в нормальном металле, внешнее магнитное поле влияет и на состояние сверхпроводника. Если в относительно слабых магнитных полях в сверхпроводниках наблюдается эффект Мейсснера-Оксенфельда, то при превышении некоторого критического значения поля, это состояние разрушается. В сверхпроводники второго рода, которыми мы будем интересоваться в дальнейшем, магнитное поле, большее первого критического H_{c1} , проникает в виде квантов магнитного потока $\Phi_0 = \pi\hbar c/e \simeq 2.07 \cdot 10^{-7} \text{ Гс}\cdot\text{см}^2$ с одновременным возбуждением сверхпроводящих вихревых токов. Такая конфигурация токов называется вихрем Абрикосова и сопровождается существенным локальным подавлением сверхпроводящей щели вблизи центра вихря. Свойства вихревого состояния сверхпроводников исследуются уже около полувека, и одной из важнейших задач в этой области является изучение электронной структуры подщелевых мод, локализованных в коре вихря, поскольку они определяют низкотемпературное

поведение термодинамических и транспортных характеристик сверхпроводников в магнитном поле. Как известно из классической работы Кароли, де Жена и Матрикона (CdGM) [6], энергетический спектр мод вблизи центра каждого вихря, несущего один квант сверхпроводящего потока Φ_0 , определяется аномальной подщелевой ветвью, пересекающей уровень Ферми как функция углового момента ν волновой функции этого состояния. Энергия подщелевых уровней $\epsilon(\nu)$, соответствующих этой ветви, меняется от $-\Delta_\infty$ до $+\Delta_\infty$ при изменении углового момента ν относительно вихревой оси в бесконечных пределах. Подавление сверхпроводящей щели и существование локализованных состояний напрямую связано с наличием в центре вихря произвольной завихренности M ненулевого набора фазы параметра порядка при обходе вокруг вихревой нити по контуру в окрестности кора: $\int_0^{2\pi} \frac{d \arg(\Delta)}{d\phi} d\phi = 2\pi M$. При этом квантование углового момента ν , определяемое однозначностью волновой функции, зависит от завихренности $\nu + M/2 \in \mathcal{Z}$: угловой момент является целым или полуцелым в зависимости от чётности (или нечётности) M . При контакте сверхпроводника в вихревом состоянии с двумерной нормальной системой наведённая сверхпроводящая щель в спектре 2D системы также имеет вихревую структуру. В такой гетероструктуре наличие особенностей спектра возбуждений в N - плёнке может приводить к нетривиальным модификациям спектра подщелевых состояний. Изучение модификаций такого рода представляет научный интерес в вихревом состоянии графена и других низкоразмерных систем с наведённой сверхпроводимостью.

Одной из экспериментально наблюдаемых величин, чувствительных к спектру подщелевых вихревых мод, является локальная плотность состояний. Для её измерения в сверхпроводниках часто применяется метод сканирующей туннельной микроскопии и спектроскопии (СТМ). При этом измеряемая дифференциальная проводимость dI/dV туннельного контакта иглы микроскопа с образцом в большинстве случаев соответствует плотности состояний в образце, что позволяют использовать экспериментальные данные как информацию о свойствах объёмного сверхпроводника. Например, в работе [7] с помощью СТМ наблюдались особенности локальной плотности состояний вблизи вихря в $NbSe_2$, отвечающие спектру CdGM [6]. Но в ряде случаев наблюдаются существенные отклонения от стандартной картины Кароли, де Жена и Матрикона. Примерами таких отклонений можно назвать сдвиг пика дифференциальной проводимости над центром вихря (zero-bias аномалии) в область конечных напряжений [8], анизотропию dI/dV вблизи вихрей в решётке [7] и аномально большой размер вихревого кора [9]. Однако, объяснение этих особенностей часто оказывается нетривиальной задачей. С одной стороны, локальная плотность состояний в сверхпроводниках чувствительна к типу сверхпроводящего спаривания и особенностям зонной структуры, что привлекательно для интерпретации указанных выше отклонений от классиче-

ской картины СТМ-измерений как проявления нестандартной симметрии параметра порядка. С другой стороны, существуют факторы, дающие, наряду с плотностью состояний, вклад в дифференциальную проводимость, измеряемую СТМ. Наличие таких факторов не позволяет однозначно связывать особенности dI/dV с объёмными характеристиками сверхпроводника. В связи с важностью корректной интерпретации результатов экспериментов представляется необходимым учесть влияние указанных факторов на СТМ-измерения и найти связанные с этим возможные объяснения отклонений дифференциальной проводимости от классической картины CdGM.

Степень разработанности темы исследования

Наведённая сверхпроводимость в топологических изоляторах была исследована в работах большого количества авторов. Одной из первых работ на эту тему является статья L. Fu и C. L. Kane [3], где феноменологически описано возникновение эффективной триплетной сверхпроводимости в ТИ при контакте с синглетным сверхпроводником. Микроскопическое описание наведённых сверхпроводящих корреляций в топологических изоляторах было проведено группой авторов J. D. Sau, P. M. Лучиным, T. D. Stanescu, S. Tewari и S. Das Sarma [10] на основе метода туннельного гамильтониана. В дальнейшем этот метод был развит в работах A. M. Black-Schaffer, A. Л. Рахманова, A. В. Рожкова и F. Nori, П. А. Иоселевича, П. М. Островского и М. В. Фейгельмана и в ряде других работ. Однако, во всех указанных выше статьях пренебрегается возможностью туннелирования из сверхпроводника в обе подзоны спектра ТИ. Несмотря на важность последствий такого туннелирования, этот случай был рассмотрен лишь в работе Q.-f. Sun, Y.-X. Li, W. Long и J. Wang. [11], посвященной прямым численным расчётам идеального андреевского отражения в контакте ТИ-S, и в работе соискателя [A3].

Основной трудностью при расчете транспорта в SN - контактах в режиме КЭХ нормальной системы является сшивка краевых мод, распространяющихся вдоль пересекающихся границ. Для описания этой сшивки в литературе применяются в основном два подхода. Для достаточно слабых магнитных полей, когда краевые моды могут быть описаны в виде квазичастиц, движущихся вдоль скачущих циклотронных орбит, применяется квазиклассическое описание (см. работу [12] и список литературы в ней). Этот метод активно применялся в работах таких авторов, как H. Nörpe, U. Zülicke и G. Schön, Н. Щелкачёв, И. Бурмистров и другие. Изучение квантового режима, когда вдоль каждой границы распространяется лишь две краевые моды, было проведено для графена в работе A. P. Axmerova и C. W. J. Beenakker [13] в пределе адиабатического изменения граничных условий вдоль границ графена с вакуумом и сверхпроводником. В работе соискателя с соавторами [A2] применён подход Буттикера - Ландауэра, основанный на методе матриц рассеяния

для описания шивки краевых мод, который позволил преодолеть ограничения квазиклассического и адиабатического рассмотрений.

Спектр локализованных состояний в коре вихря в графене *вблизи конической точки* вычислялся в работах следующих авторов: R. Jackiw и P. Rossi, P. Ghaemi и F. Wilczek, а также B. Seradjeh. Было показано, что особенности квазичастичного спектра графена модифицируют условие квантования углового момента ν локализованной моды в M -квантовом вихре: $\nu + (M - 1)/2 \in \mathbb{Z}$, что обеспечивает существование точной нулевой моды в вихрях с нечётной завихренностью M при $\nu = 0$. Вычисление структуры нулевых мод также проводилось для многоквантовых вихрей в экситонном конденсате в бислое графена и для вихрей единичной завихренности в сверхтекучих фазах, описываемых теорией Дирака на решётке пчелиных сот [14]. В работе [A1] рассмотрены вопросы, не затронутые в литературе, такие как: трансформация спектра подщелевых мод M -квантового вихря и волновых функций нулевых мод для произвольной радиальной зависимости $\Delta_{ind}(\rho)$ изотропного параметра порядка при изменении уровня Ферми от нулевого значения $\mu = 0$ до величин, сильно превышающих амплитуду индуцированной щели $\mu \gg \Delta_{ind}$.

Возможные объяснения отклонений СТМ-измерений [7–9] вихревого состояния сверхпроводников от стандартной картины CdGM [6] были приведены в работах следующих авторов: F. Gygi и M. Schluter, N. Hayashi, M. Ichioka и K. Machida, а также в работах группы Д. Родичева [15] и группы N.-C. Yeh. В указанных работах авторы считали, что в СТМ-измерения даёт вклад лишь плотность состояний объёмного сверхпроводника и дополнительно предполагали анизотропную [16] или многокомпонентную [15] структуру параметра порядка сверхпроводника. Или же, как в работах группы N.-C. Yeh, связывали особенности плотности состояний с наличием дополнительных параметров порядка, сосуществующих со сверхпроводимостью. В работе [A4] предложено альтернативное объяснение отклонений СТМ-измерений, основанное на предположении о наличии на поверхности сверхпроводника тонкого несверхпроводящего слоя с наведённой сверхпроводимостью. Наличие двух энергетических масштабов, связанных с наведённой щелью Δ_{ind} и щелью в сверхпроводнике Δ , приводит к двухмасштабной пространственной зависимости плотности состояний в 2D слое и особенностям её спектральных характеристик, наблюдаемых в СТМ-экспериментах.

Цель и задачи. Целью диссертационной работы является теоретическое исследование влияния сверхпроводящих корреляций, наведённых в квазидвумерных Ферми-системах, таких как двумерный электронный газ, графен и топологический изолятор в контакте с массивным сверхпроводником, на спектральные свойства локализованных состояний в вихрях Абрикосова и на транспортные характеристики краевых мод в этих системах.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- Исследование электронной структуры локализованных мод в многоквантовом вихревом состоянии двумерной системы с линейным квазичастичным спектром (графена) с индуцированной сверхпроводимостью в ней.
- Изучение квазичастичного спектра и плотности состояний вблизи вихря Абрикосова в слоистой гетероструктуре “сверхпроводник – плёнка нормального металла” во внешнем магнитном поле, перпендикулярном границе раздела, с учётом индуцированных сверхпроводящих корреляций в нормальной подсистеме.
- Теоретическое объяснение экспериментально наблюдаемых особенностей плотности состояний в вихревой фазе сверхпроводника второго рода на основе предположения о существовании дефектного слоя на поверхности исследуемого образца.
- Расчёт дифференциальной проводимости мезоскопических контактов “сверхпроводник – двумерный металл в режиме квантового эффекта Холла” в зависимости от величины внешнего магнитного поля, ширины контакта, химического потенциала и коэффициентов прохождения.
- Построение модели транспорта в контактах “сверхпроводник - двумерный топологический изолятор” по краевым состояниям. Исследование вопроса устойчивости краевых мод к сверхпроводящим корреляциям и возможности наведения сверхпроводящей энергетической щели, неоднородной в зависимости от направления распространения мод, в многозонном нормальном материале.

Научная новизна определяется оригинальностью поставленных задач, полученными новыми результатами и заключается в следующем:

- Анализ мод с нулевой энергией и спектра подщелевых состояний в многоквантовом вихре в графене с наведённым изотропным сверхпроводящим параметром порядка обобщён для конечных значений уровня Ферми. Найдено аналитическое решение для мод с нулевой энергией и угловым моментом для произвольного радиального профиля наведённой сверхпроводящей щели и выведен критерий существования мод с нулевой энергией, но конечным угловым моментом.
- Предложено объяснение особенностей экспериментальных данных сканирующей туннельной микроскопии и спектроскопии вихревого состояния сверхпроводника, отличное от известных в литературе и основанное на предположении о наличии дефектного слоя на его поверхности.
- На основе микроскопической теории показано, что спектр состояний в вихре Абрикосова с единичной завихренностью в двумерной плёнке

нормального металла в контакте со сверхпроводником содержит две аномальные подщелевые ветви, в отличие от результата феноменологического описания сверхпроводимости в двумерной подсистеме.

- Показано, что дифференциальная проводимость контакта “сверхпроводник – двумерный металл”, определяемая в сильных магнитных полях транспортом вдоль двух краевых состояний вблизи каждой границы, имеет существенно различную зависимость от геометрии контакта и магнитного поля для двумерного электронного газа и графена.
- Найдены универсальные выражения для средних значений дифференциальной проводимости и её дисперсии по реализациям расположения примесей в области трансформации краевых мод в контактах “сверхпроводник – двумерный металл” в квантующих магнитных полях, верные для *произвольного* числа краевых каналов, в отличие результатов применения квазиклассического подхода, используемого в литературе.
- Показано, что туннелирование *с учётом изменения угловой симметрии* волновой функции в контакте двумерного топологического изолятора с синглетным сверхпроводником формирует в изотропном спектре краевых мод топологического изолятора сверхпроводящую щель, зависящую от направления распространения этих мод, в отличие от результатов без учёта такого туннелирования, известных в литературе.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость заключается в разработке метода описания наведённой сверхпроводимости в таких низкоразмерных системах, как двумерный электронный газ, графен и топологический изолятор, а также в изучении влияния сверхпроводящей щели, индуцированной контактом со сверхпроводником, на электронную структуру и транспорт в указанных системах.

Практическая значимость состоит в применимости результатов расчёта

- структуры локализованных состояний в вихре Абрикосова в графене с наведённой сверхпроводимостью для анализа термодинамических и транспортных свойств вихревого состояния графена в магнитном поле.
- электронного спектра и плотности локализованных состояний в вихре Абрикосова в двумерной Ферми-системе для объяснения экспериментально измеряемых особенностей структуры вихревого состояния в магнитных полях для систем “сверхпроводник-металлическая плёнка” и сверхпроводников с дефектным поверхностным слоем.
- дифференциальной проводимости контактов “сверхпроводник – двумерный металл в режиме квантового эффекта Холла” для определения электронной структуры спектра двумерной подсистемы по измерениям контактанса в пределе сильных магнитных полей. Сравнение расчётов

среднего значения контактанса с результатами экспериментов позволяет извлечь зависимости коэффициентов трансформации мод пересекающихся границ от магнитного поля, уровня Ферми и геометрии контакта.

- трансформации спектра краевых состояний двумерного топологического изолятора при контакте с синглетным сверхпроводником для интерпретации туннельных экспериментов по изучению плотности состояний и транспортных измерений в подобных системах.

Методология и методы исследования

Для решения поставленных задач применены стандартные теоретические подходы: уравнения Боголюбова - де Жена, квазиклассическая теория сверхпроводимости, микроскопический метод туннельного гамильтониана, теория Буттикера - Ландауэра и метод случайных матриц. Для численного моделирования систем, рассмотренных в работе, использованы быстро сходящиеся алгоритмы численного решения дифференциальных уравнений квазиклассической теории сверхпроводимости и диагонализации матриц гамильтониана.

Положения, выносимые на защиту

- (1) Угловой момент локализованных состояний в коре вихря Абрикосова с завихренностью M в листе графена с наведенной изотропной сверхпроводимостью для произвольного уровня Ферми принимает полуцелые значения для чётных и целые для нечётных M , в отличие от случая однозонного сверхпроводника с квадратичным спектром квазичастиц. В вихре нечётной завихренности M для произвольного химического потенциала существует локализованная мода с энергией, лежащей на уровне Ферми, и с нулевым орбитальным моментом независимо от радиального профиля наведённой щели.
- (2) Локальная плотность состояний в двумерном металлическом слое в контакте со сверхпроводником второго рода в вихревом состоянии, кроме пространственного масштаба объёмного сверхпроводника, имеет дополнительный масштаб, определяемый наведённой сверхпроводящей щелью в спектре нормального слоя. В пренебрежении беспорядком спектр квазичастиц в вихре с *единичной* завихренностью как функция углового момента волновой функции состоит из *двух* ветвей, пересекающих уровень Ферми.
- (3) Дифференциальная проводимость контакта двумерного металла со сверхпроводником, определяемая в сильных магнитных полях транспортом вдоль двух краевых состояний вблизи каждой границы, зависит существенно различным образом от ширины контакта и его геометрии для

двумерного электронного газа и графена. Усреднение по реализациям примесей приводит к универсальным выражениям для среднего значения дифференциальной проводимости и её дисперсии, в которых зависимость от спектра двумерной подсистемы проявляется только через количество краевых каналов.

- (4) Контакт двумерного топологического изолятора со сверхпроводником с изотропным спариванием наводит в изотропном спектре краевых мод топологического изолятора сверхпроводящую щель, анизотропную по направлениям распространения этих мод.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность полученных результатов обеспечена оптимальным выбором физических моделей, отражающих основные свойства исследуемых систем, а также адекватным выбором методов численного моделирования.

Диссертация выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт физики микроструктур Российской академии наук (ИФМ РАН) в 2007 – 2012 гг. Результаты диссертационной работы обсуждались на семинарах в ИФМ РАН, в Физическом институте им. П. Н. Лебедева РАН, Университете Бордо-1 (Франция), Университете Аалто (Финляндия) и Аргонской национальной лаборатории (США) и были представлены на следующих международных и российских конференциях: XIII-XVI международные симпозиумы “Нанофизика и наноэлектроника” (Н. Новгород – 2009-2012 гг.), “Нано-Питер” (С. Петербург – 2010 г.), “MESO-2012” (Черноголовка – 2012 г.), “Низкоразмерные металлические и сверхпроводящие системы” (Черноголовка – 2009 г.), “Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления” (Троицк – 2012 г.), “Мезоскопические структуры в фундаментальных и прикладных исследованиях” (Новосибирск – 2010 г.), “Coma Ruga” (Barcelona, Spain – 2010, 2011 гг.), “ФПС-2011” (Звенигород – 2011 г.) и “Dubna-Nano” (Дубна – 2012 г.).

Основное содержание работы

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка публикаций автора по теме диссертации, библиографии (157 наименований) и трёх приложений. Общий объем диссертации 150 страниц, включая 21 рисунок.

Во Введении обоснована актуальность темы исследования и степень её разработанности, сформулированы цель и задачи диссертационной работы, аргументирована научная новизна исследований, показана теоретическая и практическая значимость полученных результатов и сведения об их апробации, а также представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе представлены методы описания наведённой сверхпроводимости в низкоразмерных системах в контакте со сверхпроводником.

После краткого введения к главе в разделе 1.2 рассмотрен феноменологический подход описания сверхпроводимости в графене [5], где наведённая сверхпроводящая щель Δ_{ind} в спектре 2D нормальной подсистемы моделируется с помощью добавления в уравнения Боголюбова – де Жена (БдЖ) эффективного спаривающего потенциала. Структура эффективного параметра порядка $\hat{\Delta}_{ind}$ в случае многозонной модели нормального слоя предполагается диагональной в пространстве подзон (или долин), а симметрия спаривания отвечает симметрии притяжения электронов в объёмном сверхпроводнике.

Раздел 1.3 посвящён микроскопическому описанию наведённой сверхпроводимости в 2D плёнке на основе метода туннельного гамильтониана. В пределе малой прозрачности $t(\mathbf{R}) \ll \mu$ туннельного SN-контакта выведены замкнутые уравнения Горькова в 2D подсистеме с собственно энергетическими частями $\check{\Sigma}_T$, зависящими от матричных элементов туннелирования $\check{t}(\mathbf{R})$ и функции Грина сверхпроводника \check{G}_S . В последующих подразделах 1.3.1 – 1.3.3, 1.3.5 выведены квазиклассические уравнения сверхпроводимости в 2D плёнке в зависимости от степени беспорядка в туннельном барьере и в самих подсистемах. В пренебрежении беспорядком во всех частях системы эффективные наведённые потенциалы пропорциональны квазиклассическим функциям Грина сверхпроводника \check{g}_S . В то время как наличие примесей в барьере приводит к усреднению функции \check{g}_S по направлениям квазиклассических траекторий в выражении для $\check{\Sigma}_T$. В подразделе 1.3.4 приведено описание наведённой сверхпроводимости в двумерном топологическом изоляторе в качестве нормальной плёнки и показано, что в этом случае наведённые сверхпроводящие потенциалы имеют существенно матричную структуру в пространстве подзон спектра ТИ, зависящую от коэффициентов туннелирования $t_{m,\zeta}$ квазичастиц со спином ζ из сверхпроводника в обе указанные подзоны $m = E_1, H_1$. Результаты Главы 1 составляют методологическую часть статей [A3, A4].

Во второй главе исследованы особенности спектра и плотности локализованных состояний вблизи центра уединённого вихря Абрикосова, наведённого в 2D подсистеме за счёт эффекта близости со объёмным сверхпроводником второго рода во внешнем перпендикулярном магнитном поле.

В разделе 2.2 главы в качестве двумерной системы рассмотрен монослой графена, где наведённая сверхпроводимость описана с помощью феноменологического подхода из раздела 1.2. Особенности спектра одночастичного гамильтониана графена влекут за собой отличное (от случая обычного сверхпроводника) квантование углового момента ν волновой функции. Для вихрей нечётной кратности M величина ν является целым числом $\nu \in \mathcal{Z}$, в то время как для вихрей с чётной M угловой момент становится полуцелым $\nu + 1/2 \in \mathcal{Z}$. Поэтому в графене в вихре с нечётной завихренностью M

существует локализованная мода, энергия которой лежит точно на уровне Ферми $\epsilon_M^{(0)}(\nu = 0) = 0$. Выражение для волновой функции этой моды для произвольного профиля наведённой сверхпроводящей щели и для всех значений химического потенциала приведено в подразделе 2.2.2. В подразделах 2.2.3 – 2.2.5 аналитически и численно прослежена трансформация спектра CdGM в M -квантовом вихре в графене от больших значений энергии Ферми $\mu \gg \Delta_{ind}$, где особенности графена проявляются лишь в правиле квантования углового момента, до нулевого допирования $\mu \simeq 0$. Последний предельный случай характеризуется M нулевыми модами [17], в то время как энергия остальных состояний близка к краю сверхпроводящей щели.

Микроскопическому описанию вихревого состояния 2D систем с наведённой сверхпроводимостью посвящён раздел 2.3. Два энергетических масштаба, наведённая щель Δ_{ind} в нормальной плёнке и щель в сверхпроводнике Δ [1], отвечают двум пространственным масштабам вихревого состояния 2D слоя (длинам когерентности в нормальной ξ_{2D} и сверхпроводящей ξ_S частях системы). В пределе малой прозрачности SN-контакта указанные пространственные масштабы могут существенно различаться $\xi_{2D} \gg \xi_S$. Как показано в разделе 2.3.1, это приводит, в первую очередь, к тому, что в нормальном слое наблюдается аномально большой размер кора вихря, который измеряется в СТМ-экспериментах [15], в то время как величина вихревого кора в сверхпроводнике ξ_S определяет значение верхнего критического поля системы. Другие особенности вихревого состояния 2D плёнки связаны со сверхпроводящими корреляциями с масштабом сверхпроводящей длины когерентности ξ_S . Наличие наряду с адиабатической частью наведённой щели $\Delta_{adiab}(\rho)$, монотонно растущей до своего однородного значения Δ_{ind} при удалении от центра вихря $\rho = 0$, наведённых потенциалов, локализованных в коре вихря в сверхпроводнике, приводит к модификации спектральных характеристик системы.

Так в отсутствие беспорядка в системе спектр подщелевых состояний, как показано в подразделе 2.3.3, содержит *две* энергетические ветви (см. рис. 1). Одна из ветвей $\epsilon_2(\nu)$ формируется благодаря наличию адиабатической наведённой щели Δ_{adiab} и повторяет спектр CdGM с перенормированными амплитудой щели (с Δ_∞ на Δ_{ind}) и пространственным масштабом (с ξ_S на ξ_{2D}). Другая ветвь $\epsilon_1(\nu)$ качественно следует спектру CdGM объёмного сверхпроводника $\epsilon_0(\nu)$. Однако в области выше наведённой щели $E > \Delta_{ind}$ локализованные состояния, отвечающие этой ветви, становятся резонансными: появляется утечка в состояния непрерывного спектра 2D плёнки, и спектр локализованных состояний приобретает конечную мнимую часть. При этом разрыв действительной части $\epsilon_1(\nu)$ по угловому моменту на уровне наведённой щели Δ_{ind} связан с сингулярностью плотности надщелевых состояний в нормальном слое. Дополнительная энергетическая ветвь $\epsilon_1(\nu)$ появляется из-за наличия в локализованных компонентах наведённых потенциалов полюсных

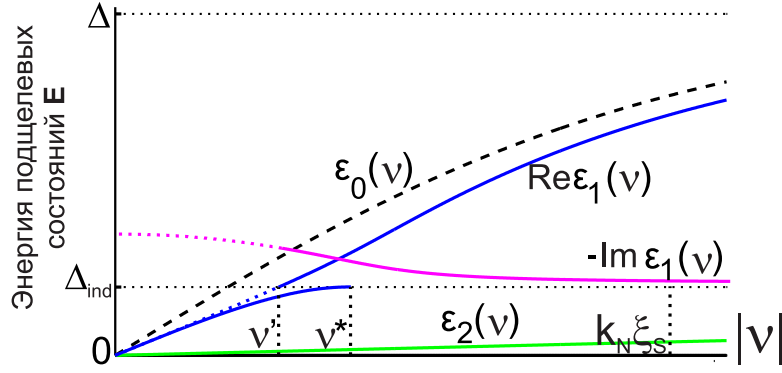


Рис. 1. Спектр подщелевых состояний в индуцированном вихре в отсутствие беспорядка. Спектр состоит из двух аномальных ветвей $\varepsilon_1(\nu)$ и $\varepsilon_2(\nu)$. Ветвь $\varepsilon_1(\nu)$ имеет разрыв действительной части. При этом значения ν^* и ν' определяются соотношениями $\varepsilon_1(\nu^*) = \Delta_{ind} - 0$ и $\text{Re}\varepsilon_1(\nu') = \Delta_{ind} + 0$ соответственно. Здесь k_N – импульс Ферми в 2D слое.

особенностей при энергиях и угловых моментах, отвечающих спектру CdGM $\varepsilon_0(\nu)$ в объёмном сверхпроводнике. С точки зрения локальной плотности состояний наличие двух ветвей подщелевого спектра соответствует двум или даже трём (из-за разрывного поведения $\varepsilon_1(\nu)$) пикам плотности состояний в зависимости от энергии E и расстояния от центра вихря ρ (см. рис. 2а).

При наличии беспорядка в туннельном барьере полюс на $\varepsilon_0(\nu)$ в локализованных наведённых потенциалах усредняется из-за несохранения импульса при туннелировании квазичастиц между подсистемами. Поэтому в спектре подщелевых состояний 2D слоя наблюдается лишь одна $\varepsilon_2(\nu)$ из рассмотренных выше спектральных ветвей. Однако наличие локализованных состояний в коре вихря в сверхпроводнике и возможная утечка в эти состояния приводит к модификации спектра $\varepsilon_2(\nu)$ на масштабе ξ_S . Как показано в подразделе 2.3.4, влияние локализованных состояний в сверхпроводнике сводится к уширению и сдвигу энергетической ветви в наведённом вихре. В зависимости плотности состояний от энергии $N(E, \rho)$ это приводит к расщеплению пика, отвечающего локализованным состояниям в вихре, в область конечных энергий, в том числе для плотности состояний точно над центром вихря $N(E, 0)$ (см. рис. 2б). Наличие указанной особенности может служить возможным объяснением расщепления пика дифференциальной проводимости, наблюдавшейся в СТМ-измерениях, над центрами вихрей в сверхпроводниках [8].

Вычисления с учётом беспорядка в сверхпроводнике, проведённые в подразделе 2.3.5, показывают дальнейшее усреднение особенностей локализованных компонент наведённых потенциалов $\tilde{\Sigma}_T$. В грязном пределе сверхпроводника, соответствующем этому случаю, функция Грина не имеет особенностей в зависимости от координат и энергии в вихревой коре. Поэтому влияние локализованных состояний в вихре сверхпроводника на подщелевые состояния 2D подсистемы сводится к утечке последних в сверхпроводник вдоль оси вихревой нити. Тем самым спектральная ветвь $\varepsilon_2(\nu)$ в этом случае размыта в об-

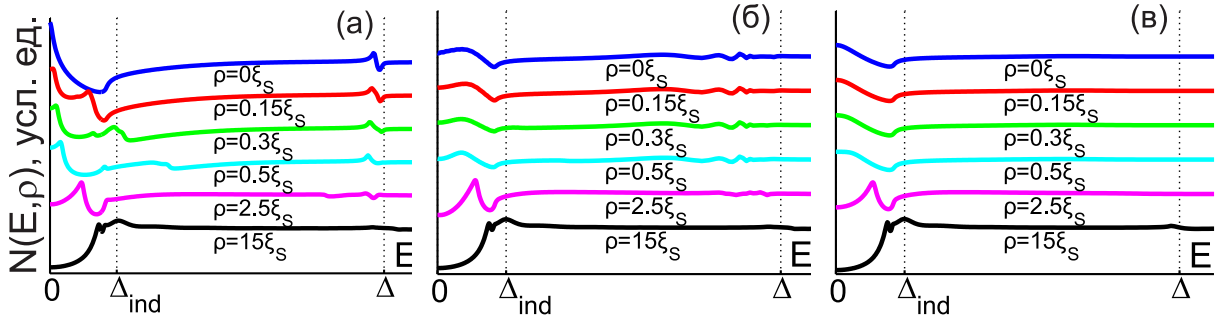


Рис. 2. Локальная плотность $N(E, \rho)$ состояний в логарифмическом масштабе в зависимости от энергии E (а) в отсутствие беспорядка в системе, (б) при учёте примесей в барьере и (в) для грязного предела сверхпроводника при различных значениях расстояний ρ от центра вихря. Здесь выбраны параметры $\Delta/\Delta_{ind} = 5$, $\xi_{2D}/\xi_S = 5$.

ласти $\rho \lesssim \xi_S$ в меру этой утечки. Это, в свою очередь, приводит к уширению пика плотности состояний, локализованных в коре 2D вихря (см. рис. 2в).

Результаты второй главы опубликованы в работах [A1, A4].

В третьей главе проведён расчет андреевского транспорта в SN-контактах, где в качестве нормального электрода выступает двумерный электронный газ (ДЭГ), графен или 2D топологический изолятор. При этом транспорт рассматривается вдоль краевых каналов, прижатых к краям образца за счёт квантующего магнитного поля, перпендикулярного направлению тока, или за счёт особенностей зонной структуры (2D ТИ).

В разделе 3.2 рассчитан кондактанс S-ДЭГ и SG-контактов в предположении, что нормальная подсистема находится в перпендикулярном магнитном поле H в режиме квантового эффекта Холла. Вблизи каждой границы калибровка магнитного поля выбрана так, чтобы вектор-потенциал был направлен вдоль границы. Это позволяет рассматривать волновые функции краевых мод, найденные в разделе 3.2.1, локализованными поперёк границы и считать их плоскими волнами вдоль неё. Движение электронных и дырочных мод в режиме КЭХ сонаправлено, поскольку дырки, находясь в зоне проводимости, имеют не только противоположный заряд, но и массу относительно электронов. В подразделе 3.2.2 приведен метод вычисления транспорта. В этом методе падающие и отражённые от сверхпроводника краевые моды связываются с помощью матриц рассеяния $\hat{T}_{1,2}$ с андреевскими краевыми состояниями, локализованными на сверхпроводящей границе “b” (см. рис. 3а). Кроме того, считается, что андреевские моды распространяются вдоль границы “b” баллистически. Поэтому их распространение может быть описано матрицей $\hat{\Lambda}$ набора фаз, пропорциональных ширине контакта W . В пренебрежении температурным размытием функций распределения носителей заряда по энергии дифференциальная проводимость SN-контакта определяется недиагональным блоком \hat{s}_{eh} полной матрицы рассеяния $\hat{S} = \hat{T}_2 \hat{\Lambda} \hat{T}_1$, который отвечает за рассеяние падающих вдоль границы “a” электронных мод в рас-

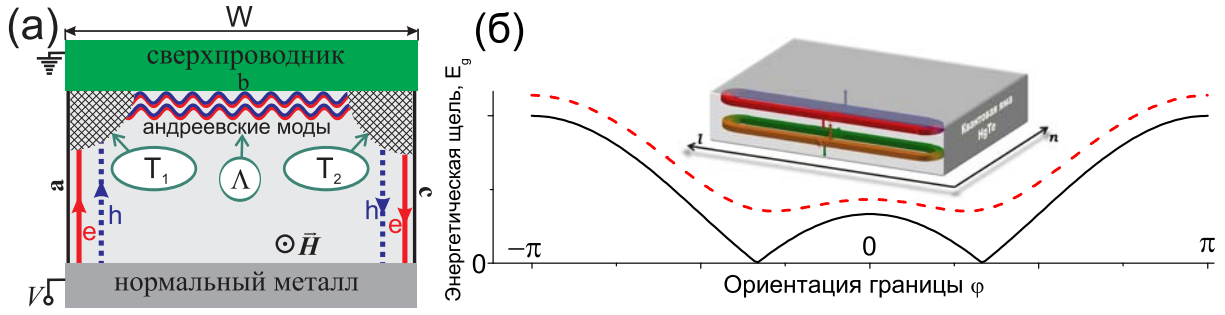


Рис. 3. (а) Схематичное изображение транспорта в SN-контакте. Электронные (дырочные) моды обозначены сплошными красными (пунктирными синими) линиями с указанием направления групповой скорости. Андреевские моды обозначены волнистыми сплошными линиями. Области трансформации мод вблизи углов заштрихованы. (б) Зависимость сверхпроводящей щели E_g в спектре краевых мод 2D ТИ от направления распространения φ этих мод при двух соотношениях параметров; Вставка: Изображение границы ТИ в контакте со сверхпроводником, вдоль которой не открывается сверхпроводящая щель, и распространяются две электронные и две дырочные моды. Направлением вертикальных стрелок обозначены их спиновые состояния.

сеянные вдоль границы “с” дырочные моды: $G_{SN} = 2G_0 \text{tr}(\hat{s}_{eh}^+ \hat{s}_{eh})$. Здесь $G_0 = e^2/(\pi\hbar)$ – квант проводимости, $\text{tr} \hat{A} = \sum_i A_{ii}$ – след матрицы \hat{A} .

В следующих подразделах этот подход применён для вычисления кондактанса S-ДЭГ и SG-контактов как в квантовом пределе, когда вдоль каждой границы распространяется лишь $N = 1$ пара краевых мод, так и в случае произвольного числа каналов N . В подразделе 3.2.3 показано, что кондактанс в квантовом пределе ($\mu \lesssim \hbar\omega_c$ для ДЭГ и $\mu \lesssim \frac{\hbar v_N}{L_H}$ для графена) в зависимости от поля H и уровня Ферми μ существенно отличается для разных типов нормальной подсистемы. Здесь $\omega_c = \frac{eHv_N}{cP_N}$, $L_H = \sqrt{\frac{\hbar c}{|eH|}}$, P_N и v_N – циклотронная частота, магнитная длина, импульс и скорость Ферми в 2D подсистеме. Найдено, что у кондактанса G_{SN} S-ДЭГ контакта в зависимости от ширины контакта W , магнитного поля и уровня Ферми есть осцилляции из-за интерференции андреевских состояний при распространении вдоль границы “b”. Для SG-контакта проведено обобщение работы [13] и показано, что дифференциальная проводимость зависит от ориентации границ графена с изолятором (GI), не имеет осцилляций в зависимости от W , μ и H из-за вырождения андреевских состояний на SG-границе, а также демонстрирует максимальное значение, равное удвоенному кванту проводимости $2G_0$, в случае противоположно направленных GI-границ вне зависимости от перераспределения мод.

Увеличение числа транспортных мод $N > 1$ в более слабых магнитных полях приводит к проявлению интерференции андреевских краевых состояний в виде осцилляций кондактанса как в S-ДЭГ, так и в SG-контакте. Однако в реальных экспериментах по измерению дифференциальной проводимости такие факторы, как конечная температура и напряжение между электродами, должны приводить к сглаживанию упомянутых осцилляций. В подразделе 3.2.4 указанное сглаживание смоделировано с помощью усреднения по

реализациям примесей в областях трансформации мод. При большой концентрации рассеивателей рассчитаны универсальные соотношения для среднего значения дифференциальной проводимости $\langle G_{SN} \rangle = G_0 N$ и её дисперсии $\sigma_G^2 = G_0^2 N / (8N + 4)$, зависящие от спектра двумерной подсистемы только через связь числа краевых каналов $2N$ с магнитным полем и уровнем Ферми.

Раздел 3.3 посвящен изучению влияния наведённой сверхпроводимости на спектр краевых состояний в 2D ТИ. Здесь на основе микроскопического подхода, развитого в подразделе 1.3.4, показано, что при контакте двумерного топологического изолятора со сверхпроводником с изотропным спариванием может наблюдаться эффект анизотропного смешивания подзонных компонент в ТИ. Иными словами, в спектре краевых мод, изотропном по отношению к направлению нормали к границе $\mathbf{n} = (-\sin \varphi, \cos \varphi)$, формируется анизотропная сверхпроводящая щель E_g , зависящая от направления \mathbf{n} относительно вектора \mathbf{r}_{AB} , соединяющего подрешётки ТИ (см. рис. 3б). При некоторых соотношениях коэффициентов туннелирования $t_{m,s}$ вблизи определённой ориентации границы сверхпроводящая щель не открывается, и на этой границе формируются бесщелевые андреевские краевые моды.

Результаты третьей главы опубликованы в работах [A2, A3].

В Заключение сформулированы основные результаты диссертации, раскрыто, как поставленная цель была достигнута, а задачи решены.

- (1) На основе уравнений Боголюбова - Де Жена показано, что угловой момент локализованных состояний в коре вихря с завихренностью M в графене с наведенной изотропной сверхпроводимостью для произвольного уровня Ферми принимает полуцелые значения для чётных завихренностей и целые для нечётных M . В вихре нечётной завихренности M для произвольного уровня Ферми найдено точное выражение для локализованной моды с нулевой энергией и с нулевым орбитальным моментом для произвольного радиального профиля наведённой щели.
- (2) В микроскопической модели предсказано двухмасштабное пространственное поведение локальной плотности состояний в двумерном металлическом слое в контакте со сверхпроводником в вихревом состоянии. Два масштаба определяются энергетической щелью в спектре сверхпроводника и наведённой щелью в спектре двумерного слоя. В пренебрежении беспорядком найдено, что спектр квазичастиц в вихре как функция углового момента состоит из *двух* ветвей, пересекающих уровень Ферми.
- (3) С помощью метода матриц рассеяния вычислена дифференциальная проводимость контакта двумерного металла со сверхпроводником, определяемая в сильных магнитных полях транспортом по двум краевым модам вблизи каждой границы, и показано, что её зависимость от геометрии контакта существенно отличается для случая двумерного элек-

тронного газа и графена. Показано, что среднее значение дифференциальной проводимости по реализациям примесей в области трансформации мод и дисперсия этой величины зависят от спектра двумерной подсистемы только через число краевых каналов, и найдены универсальные выражения для указанных величин.

- (4) В микроскопической модели аналитически и численно показано, что наведённая щель в спектре краевых мод двумерного топологического изолятора под сверхпроводником с изотропным спариванием зависит от направления распространения этих мод при учёте туннелирования квазичастиц с изменением угловой симметрии волновых функций.

Список публикаций автора по теме диссертации

- A1. Khaymovich, I. M. Vortex Core States in Superconducting Graphene / I. M. Khaymovich, N. B. Kopnin, A. S. Mel'nikov, I. A. Shereshevskii // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 79. — P. 224506–1 – 224506–7.
- A2. Khaymovich, I. M. Andreev transport in two - dimensional normal - superconducting systems in strong magnetic fields / I. M. Khaymovich, N. M. Chtchelkatchev, I. A. Shereshevskii, A. S. Mel'nikov // Europhys. Lett. — 2010. — Vol. 91. — P. 17005-p1 – 17005-p5.
- A3. Khaymovich, I. M. Instability of topological order and localization of edge states in HgTe quantum wells coupled to s - wave superconductor / I. M. Khaymovich, N. M. Chtchelkatchev, V. M. Vinokur // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 84. — P. 075142–1 – 075142–6.
- A4. Kopnin, N. B. Predicted multiple cores of a magnetic vortex threading a two - dimensional metal proximity - coupled to a superconductor / N. B. Kopnin, I. M. Khaymovich, A. S. Mel'nikov // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Vol. 110. — P. 027003–1 – 027003–5.

Список цитированной литературы

1. McMillan, W. L. Tunneling Model of the Superconducting Proximity Effect / W. L. McMillan // Phys. Rev. — 1968. — Vol. 175. — P. 537–542.
2. Volkov, A. F. Proximity and Josephson effects in superconductor-two-dimensional electron gas planar junctions / A. F. Volkov, P. H. C. Magnée, B. J. van Wees, T. M. Klapwijk // Physica C. — 1995. — Vol. 242. — P. 261–266.
3. Fu, L. Superconducting Proximity Effect and Majorana Fermions at the Surface of a Topological Insulator / L. Fu, C. L. Kane // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 100. — P. 096407–1–096407–4.

4. Kopnin, N. B. Proximity-induced superconductivity in two-dimensional electronic systems / N. B. Kopnin, A. S. Mel'nikov // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 84. — P. 064524–1–064524–9.
5. Beenakker, C. W. J. Specular Andreev Reflection in Graphene / C. W. J. Beenakker // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 97. — P. 067007–1–067007–4. — [arXiv:cond-mat/0604594](https://arxiv.org/abs/cond-mat/0604594).
6. Caroli, C. Bound Fermion States on a Vortex Line in a Type II Superconductor / C. Caroli, P. G. de Gennes, J. Matricon // Phys. Lett. — 1964. — Vol. 9. — P. 307–309.
7. Hess, H. F. Vortex-Core Structure Observed with a Scanning Tunneling Microscope / H. F. Hess, R. B. Robinson, J. V. Waszczak // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Vol. 64. — P. 2711–2714.
8. Maggio-Aprile, I. Direct Vortex Lattice Imaging and Tunneling Spectroscopy of Flux Lines on $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ / I. Maggio-Aprile, C. Renner, A. Erb et al. // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Vol. 75. — P. 2754–2757.
9. Eskildsen, M. R. Vortex Imaging in the π Band of Magnesium Diboride / M. R. Eskildsen, M. Kugler, S. Tanaka et al. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 89. — P. 187003–1–187003–4.
10. Stanescu, T. D. Proximity effect at the superconductor-topological insulator interface / T. D. Stanescu, J. D. Sau, R. M. Lutchyn, S. D. Sarma // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 81. — P. 241310–1–241310–4.
11. Sun, Q.-F. Quantum Andreev effect in two-dimensional HgTe/CdTe quantum well/superconductor systems / Q.-F. Sun, Y.-X. Li, W. Long, J. Wang // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 83. — P. 115315–1–115315–5.
12. Chtchelkatchev, N. M. Conductance oscillations with magnetic field of a two-dimensional electron gas-superconductor junction / N. M. Chtchelkatchev, I. S. Burmistrov // Phys. Rev. B. — 2007. — Vol. 75. — P. 214510–1–214510–10.
13. Akhmerov, A. R. Detection of Valley Polarization in Graphene by a Superconducting Contact / A. R. Akhmerov, C. W. J. Beenakker // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 98. — P. 157003–1–157003–4.
14. Bergman, D. L. Near-zero modes in condensate phases of the Dirac theory on the honeycomb lattice / D. L. Bergman, K. L. Hur // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 79. — P. 184520–1–184520–25.
15. Giubileo, F. Two-Gap State Density in MgB_2 : A True Bulk Property Or A Proximity Effect? / F. Giubileo, D. Roditchev, W. Sacks et al. // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Vol. 87. — P. 177008–1–177008–4.
16. Gygi, F. Self-consistent electronic structure of a vortex line in a type-II superconductor / F. Gygi, M. Schluter // Phys. Rev. B. — 1991. — Vol. 43. — P. 7609–7621.
17. Jackiw, R. Zero Modes of the Vortex Fermion System / R. Jackiw, P. Rossi // Nucl. Phys. B. — 1981. — Vol. 190. — P. 681–691.

Хаймович Иван Михайлович

**ВЛИЯНИЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КОРРЕЛЯЦИЙ И
ОСОБЕННОСТЕЙ ЗОННОЙ СТРУКТУРЫ НА
СПЕКТРАЛЬНЫЕ И ТРАНСПОРТНЫЕ СВОЙСТВА
КВАЗИДВУМЕРНЫХ ФЕРМИ-СИСТЕМ**

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата
физико-математических наук

Подписано к печати 21.02.2013 г.

Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе Федерального государственного бюджетного
учреждения науки Институт физики микроструктур
Российской академии наук
607680, Нижегородская область, Кстовский район, д. Афоново,
ул. Академическая, д. 7