Институт физики микроструктур РАН — филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук» (ИФМ РАН)

На правах рукописи

Кузнецов Михаил Алексеевич

Эффекты близости в многослойных магнитных структурах

Специальность 1.3.8 —

«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: доктор физико-математических наук Фраерман Андрей Александрович

Содержание

Введение

Глава 1. Литературный обзор	18
1.1. Некоторые подходы к описанию ферро- и антиферромагнетиков	18
1.1.1. Теория Ландау фазовых переходов второго рода для ферромагнетиков	18
1.1.2. Теория молекулярного поля для ферромагнетиков	24
1.1.3. Теория Ландау фазовых переходов второго рода для антиферромагне-	
ТИКОВ	27
1.2. Магнитокалорический эффект и принцип магнитного охлаждения	31
1.3. Магнитные структуры с нарушенной симметрией	35
1.3.1. Нарушение симметрии по отношению к инверсии. Киральные магнит-	
ные текстуры	35
1.3.2. Нарушение симметрии по отношению к обращению времени. Невзаим-	
ность спиновых волн	41
Глава 2. Обменное усиление магнитокалорического эффекта в многослой-	
ной структуре ферромагнетик/парамагнетик	44
2.1. Структура ферромагнетик/парамагнетик	44
2.2. Структура ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик	48
2.3. Выводы	58
Глава 3. Обменное усиление магнитокалорического эффекта в многослой-	
ной структуре ферромагнетик/антиферромагнетик	59
3.1. Структура ферромагнетик/антиферромагнетик	59
3.2. Структура ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик	67

4

3.3. Выводы	74
Глава 4. Магнитостатический механизм нарушения киральной сим-	
метрии в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагне-	
тик/сверхпроводник	75
4.1. Эффективное взаимодействие Дзялошинского-Мории	75
4.2. Спектры невзаимных спиновых волн	80
4.3. Формирование киральных магнитных текстур	84
4.4. Выводы	88
Заключение	89
Приложение А. Обменная энергия на границе ферромагнетик- антиферромагнетик	90
Приложение В. Магнитостатическая энергия в структурах ферромагне-	
тик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник	92
Приложение С. Магнитная спираль с произвольным ψ	95
Литература	96
Список публикаций автора по теме диссертации	112

Введение

Под эффектами близости в широком смысле понимают всевозможные эффекты, возникающие в окрестности контакта различных материалов [1]. По-видимому, самым известным примером является возникновение сверхпроводящих свойств в несверхпроводящих металлах, приведенных в электрический контакт со сверхпроводником [2]. Этот эффект связан с проникновением сверхпроводящего параметра порядка (куперовских пар) в нормальный металл на глубину, сравнимую с длиной когерентности. При этом в окрестности границы раздела со стороны сверхпроводника происходит подавление сверхпроводящего порядка. Аналогичная ситуация реализуется вблизи контакта магнитоупорядоченного (например, ферро- или антиферромагнетика) и слабомагнитного (например, парамагнетика¹) веществ: вблизи границы со стороны магнитоупорядоченного вещества магнитный порядок подавляется, а со стороны слабомагнитного — индуцируется [3,4]. В этом случае говорят, соответственно, о магнитном эффекте близости. Сюда можно отнести также явления, возникающие на границе раздела двух магнитоупорядоченных веществ, например ферро- и антиферромагнетика.

Обычно магнитный эффект близости возникает благодаря наличию обменного взаимодействия на границе раздела. В этом случае граница должна быть как можно более резкой и как можно менее шероховатой для обеспечения большой обменной связи материалов. С другой стороны, магнитный эффект близости может быть вызван, например, диполь-дипольным (магнитостатическим) взаимодействием. Так, доменные структуры двух ферромагнитных слоев перестраиваются при их магнитостатическом взаимодействии, обусловленным полями рассеяния [5]. В этом случае требования к границе раздела могут быть смягчены. В

¹Далее под парамагнетиком будет также пониматься ферромагнетик, поддерживаемый при температуре, превышающей критическую

частности, эффект близости сохранится, даже если материалы разделены диэлектрической прослойкой².

Исследованию магнитных эффектов близости и их возможных следствий посвящена настоящая диссертация.

Актуальность темы

Магнитные эффекты близости (например, намагничивание парамагнетика) могут приводить к другим, связанным эффектам. В частности, если намагничивание происходит в адиабатических условиях, то оно будет сопровождаться нагревом. Наоборот, при адиабатическом размагничивании парамагнетика происходит его охлаждение. Это явление было открыто более ста лет назад [6] и называется магнитокалорическим эффектом (МКЭ). Интерес к МКЭ во многом связан с возможностью создания «магнитного» холодильника, в котором роль рабочего тела будет выполнять магнитный материал с сильным МКЭ, намагничиваемый внешним магнитным полем. Подобные устройства имеют ряд преимуществ по сравнению с холодильниками, работающими на основе процессов испарения и конденсации рабочего вещества, среди которых выделяют экологичность и энергоэффективность [7,8].

Несмотря на успехи в исследовании магнитокалорических материалов, технология магнитного охлаждения до сих пор не получила широкого распространения. Одна из ключевых проблем состоит в необходимости приложения большого (10 − 100 кЭ) магнитного поля для достижения заметного (~ 1 K) изменения температуры [9]. Для создания таких больших полей требуются значительные затраты энергии (если используются электромагниты) или громоздкие постоянные магниты [10], которые нежелательно использовать в технологии магнитного охлаждения. Переход от объемных материалов к наноструктурированным [11, 12] может помочь существенно уменьшить величину прикладываемого поля при полном или частичном сохранении величины МКЭ, поэтому представляется интересным изучение МКЭ в наноструктурах. Действительно, если парамагнитный слой имеет толщину, сравнимую с его обменной длиной (≤ 10 нм), то при обменном взаимодействии с ферромагнетиками, например, в трехслойной структуре ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик, парамагнит-

²Отметим, что толщина прослойки должна быть, с одной стороны, меньше характерного масштаба неоднородностей распределения намагниченности (толщины доменной стенки). С другой стороны, толщина прослойки должна быть достаточно большой для подавления обменного взаимодействия

ный слой может быть намагничен по всему объему, когда намагниченности ферромагнетиков параллельны. Поскольку величина обменного поля может достигать огромных значений (~ 10⁷ Э) [13], то эта намагниченность может быть значительной. При антипараллельной ориентации намагниченностей ферромагнитных слоев намагниченность прослойки должна быть существенно меньше. Осуществляя переключение между параллельной и антипараллельной ориентациями посредством приложения небольшого (~ 100 Э) внешнего магнитного поля³, можно добиться значительного МКЭ. Таким образом, исследование МКЭ в наноструктуре ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик, а также в схожей структуре ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик, является актуальной задачей для применения в технологии охлаждения устройств микро- и наноэлектроники [14, 15].

С другой стороны, обратное влияние парамагнетика на ферромагнетик также может приводить к интересным эффектам. В случае, когда обменное взаимодействие между слоями подавлено, парамагнетик может быть намагничен полями рассеяния, создаваемыми ферромагнитной пленкой. Но намагниченный парамагнетик и сам является источником полей рассеяния, которые влияют на исходное распределение намагниченности в ферромагнетике. Такое магнитостатическое взаимодействие приводит к нарушению киральной симметрии в системе. Это проявляется, в частности, в разности энергий левой и правой магнитных циклоид [16]. Нарушение киральной симметрии делает магнитостатическое взаимодействие похожим на взаимодействие Дзялошинского-Мории (ДМ), которое существует в системах без центра инверсии [17,18]. Такая ситуация реализуется, например, в кристаллах MnSi [19] и в искусственных многослойных структурах ферромагнетик/тяжелый металл [20]. Микроскопическим механизмом, ответственным за возникновение взаимодействия ДМ, которое еще называют «антисимметричным» обменом, является спин-орбитальная связь. Так, наличие спин-орбитального взаимодействия в газе электронов проводимости приводит к особенностям его магнитной восприимчивости и возникновению неколлинеарного магнитного состояния двух магнитных ионов, помещенных в такой газ [21,22]. Взаимодействие ДМ приводит к невзаимности спиновых волн [23] и формированию экзотических магнитных состояний: магнитных циклоид и скирмионов [24]. Свойство невзаимности спиновых волн может быть использовано для создания магнонных логических устройств, таких как диод и циркуля-

³Предполагается, что один из ферромагнитных слоев имеет большее поле переключения, например, из-за эффекта обменного смещения, вызванного взаимодействием с антиферромагнетиком

тор [25, 26]. С другой стороны, магнитные скирмионы являются многообещающими кандидатами для создания новых устройств для хранения и обработки информации [27], а также вызывают значительный интерес для нейроморфных вычислений [28].

Ожидается, что в структуре ферромагнетик/парамагнетик, а также в схожей с ней структуре ферромагнетик/сверхпроводник, в которой источником вторичных полей рассеяния является сверхток в сверхпроводнике, должны иметь место описанные выше эффекты. Ключевым отличием этих структур от системы со взаимодействием ДМ является сильная температурная зависимость магнитостатической связи в окрестности критических температур парамагнетика и сверхпроводника, что позволяет настраивать величину взаимодействия. Эта особенность может оказаться полезной для приложений.

Степень разработанности темы

Интерес к структурам, состоящим из чередующихся обменно-связанных ферромагнитных слоев с различными температурами Кюри, возник достаточно давно [29–31]. Так, в работе [30] было показано, что вблизи границ раздела ферромагнетик с меньшей температурой Кюри («слабый» ферромагнетик) намагничивается, а ферромагнетик с большей температурой Кюри («сильный» ферромагнетик) — размагничивается. Эффект сохраняется, даже если температура системы поддерживается между температурами Кюри «сильного» и «слабого» ферромагнетиков, так что последний находится в парамагнитной фазе. При этом глубина проникновения магнитной корреляции может достигать десятки нанометров [32]. Теоретические представления о таком эффекте близости были подтверждены экспериментально методами резонансной рентгеновской [33–35] и поляризационной нейтронной [36–39] магнитной рефлектометрии. Ряд работ был посвящен исследованиям возможности термоэлектрического [40-42] и термомагнитного [43-46] переключения намагниченности, а также исследованию особенностей ферромагнитномого резонанса [47–49] в таких структурах. В работе [50] было впервые предложено рассматривать обменно-связанные ферромагнитные структуры в качестве кандидатов для использования в технологии магнитного охлаждения. Сделанные оценки для трехслойной структуры ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик указывают на возможность получения рекордных значений эффективности магнитного охлаждения [50–52]. В последующих работах [51,53–56] проведены экспериментальные исследования МКЭ в рассматриваемой системе; для ряда структур продемонстрирована возможность обменного усиления МКЭ [53, 55, 56]. Несмотря на наличие теоретических оценок величины МКЭ в структуре ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик, до сих пор нет аналитической модели, позволяющей рассчитывать МКЭ по набору материальных параметров.

С момента открытия эффекта обменного смещения [57, 58] в наночастицах Со, покрытых слоем оксида, резко возрастает интерес к исследованию взаимодействия ферромагнетика и антиферромагнетика. Эффекту обменного смещения было посвящено множество работ из-за его технологической важности (см., например, обзоры [3, 59–64]). Помимо смещения кривой намагничивания, антиферромагнетный слой может опосредовать косвенное обменное взаимодействие между ферромагнитными слоями в структуре ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик. Ряд работ был посвящен теоретическим [65–69] и экспериментальным [68–73] исследованиям такого взаимодействия. В двуслойных и трехслойных структурах было исследовано магнитное состояние антиферромагнетика [65,74–78], наведение перпендикулярной анизотропии у ферромагнитных слоев [79–81], а также особенности ферромагнитного резонанса [82,83]. Однако, влияние обменного взаимодействия на МКЭ в таких структурах не обсуждалось в литературе.

В работах [16,84] показано, что магнитостатическое взаимодействие в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник приводит к снятию кирального вырождения в ферромагнитной пленке. Авторы рассчитали разность энергий левой и правой магнитных циклоид (бесконечно повторяющихся стенок Нееля), которая оказалась отличной от нуля. Были исследованы магнитные состояния массивов магнитных частиц над поверхностями парамагнетика [85] и сверхпроводника [86]. Позднее, в работе [87], изучалось влияние парамагнетика и сверхпроводника на распад однородного состояния в ферромагнитной пленке. Продемонстрировано, что энергия системы содержит «киральное» слагаемое, имеющее вид энергии ДМ. Ряд работ посвящен исследованию спиновых волн в структуре ферромагнетик/сверхпроводник [88–94], а также в системах дипольно связанных ферромагнетиков [95–103]. Показано, в частности, что спектр спиновых волн обладает свойством невзаимности, обусловленным диполь-дипольным взаимодействием, нарушающим симметрию системы по отношению к обращению времени. Растет интерес и к исследованию магнитостатического влияния сверхпроводника на уже существующие скирмионы в ферромагнитной пленке [104–110]. При определенных условиях такое взаимодействие со сверхпроводником может даже приводить к созданию скирмионов. В частности, скирмионы могут быть стабилизированы сверхпроводящими точками или антиточками [111], а также «отпечатаны» сверхпроводящими вихрями [112]. Несмотря на обилие теоретических работ, посвященных исследованию гибридной структуры ферромагнетик/сверхпроводник с магнитостатической связью, до сих пор не построена аналитическая модель, позволяющая рассчитывать спектры невзаимных спиновых волн в лондоновском приближении; отсутствуют исследования возможности стабилизации киральных магнитных текстур из-за взаимодействия с лондоновским сверхпроводником. В случае структуры ферромагнетик/парамагнетик эти вопросы не обсуждались в литературе.

Цель и задачи

Целью настоящей диссертации является теоретическое исследование влияния магнитных эффектов близости на

- Магнитокалорические свойства многослойных структур ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/антиферромагнетик, в которых в качестве магнитокалорического материала (рефрижеранта) выступают парамагнетик и антиферромагнетик, а ферромагнитные слои создают обменные поля на границах раздела;
- 2. Статические и динамические свойства планарных структур ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник, в которых эффект близости обусловлен диполь-дипольным взаимодействием ферромагнетика и парамагнетика или сверхпроводника.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

- Расчет изотермического изменения магнитной энтропии структуры ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик при изменении взаимной ориентации намагниченностей ферромагнитных слоев с параллельной до антипараллельной. Оценка величины магнитного поля, которое необходимо приложить к системе для осуществления такого переключения;
- 2. Расчет изотермического изменения магнитной энтропии структуры ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик при изменении направления намагниченностей ферромагнитных слоев с перпендикулярного до параллельного относительно лег-

9

кой оси антиферромагнитной прослойки. Оценка величины магнитного поля, которое необходимо приложить к системе для осуществления такого переключения;

3. Вычисление эффективной постоянной ДМ, расчет спектра спиновых волн, а также расчет энергий киральных магнитных текстур (скирмиона, магнитной циклоиды) в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник. Определение условий, при которых киральные магнитные текстуры имеют меньшую энергию, чем однородное распределение намагниченности.

Научная новизна

- Построена феноменологическая модель, позволяющая рассчитывать МКЭ (изотермическое изменение магнитной энтропии) в структуре ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик. Получено аналитическое выражение для изотермического изменения магнитной энтропии, вызванного изменением взаимной ориентации намагниченностей ферромагнитных слоев с параллельной до антипараллельной.
- 2. Предложен способ обменного усиления МКЭ в структуре ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик, основанный на подавлении антиферромагнитного порядка прослойки обменными полями со стороны ферромагнитных слоев. Построена феноменологическая модель, позволяющая рассчитывать МКЭ (изотермическое изменение магнитной энтропии) в такой структуре. Получено аналитическое выражение для изотермического изменения магнитной энтропии, вызванного изменением направления намагниченностей ферромагнитных слоев с перпендикулярного до параллельного относительно легкой оси антиферромагнетика.
- 3. Получены аналитические выражения для эффективной постоянной ДМ, а также спектров спиновых волн в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник. Показано, что энергия ферромагнитной пленки с киральными магнитными текстурами (скирмионом и магнитной циклоидой) может быть меньше энергии однородно намагниченной пленки только в случае системы ферромагнетик/парамагнетик.

Теоретическая и практическая значимость

Построенные феноменологические модели позволяют рассчитывать МКЭ в многослойных структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/антиферромагнетик по известным из литературы наборам феноменологических параметров. Так, для структур Fe/Gd/Fe и ферромагнетик/MnF2/ферромагнетик изотермическое изменение магнитной энтропии может достигать $1 \cdot 10^5$ эрг K⁻¹ см⁻³ и $5 \cdot 10^5$ эрг K⁻¹ см⁻³ соответственно. Величина магнитного поля, которое необходимо приложить к структурам для достижения такого эффекта, не превышает 0.35 кЭ и 10 кЭ. Полученные величины сравнимы с МКЭ в эталонном магнитокалорическом материале Gd в поле 10 к $\Im (\approx 2.4 \cdot 10^5 \text{ эрг K}^{-1} \text{ см}^{-3} [113])$. Продемонстрировано обменное усиление МКЭ в рассматриваемых структурах. Так, МКЭ в отдельных пленках Gd и MnF₂ при тех же величинах внешнего поля составляет $2.3 \cdot 10^4$ эрг K⁻¹ см⁻³ и $0.85 \cdot 10^4$ эрг K⁻¹ см⁻³, что соответствует обменному усилению в 4 и в 60 раз. Продемонстрировано выполнение соотношения Максвелла для рассматриваемых структур, связывающее энтропию и магнитный момент, что позволяет проводить косвенные измерения изотермического изменения энтропии по магнитометрическим данным. Таким образом, полученные результаты можно рассматривать как рекомендацию для проведения экспериментов по измерению МКЭ в рассматриваемых структурах.

Эффективное взаимодействие ДM, возникающее системах ферромагне-В тик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник, имеет интересную особенность сильную температурную зависимость в окрестности критических точек фазовых переходов второго рода парамагнетика и сверхпроводника. Эта особенность позволяет изменять величину невзаимности спиновых волн в широком диапазоне частот, что может быть использовано для создания управляемых устройств магнонной логики. Так, величина частотного сдвига в структурах Ni₈₀Fe₂₀/Gd и Ni₈₀Fe₂₀/Pb при изменении температуры на 5 К может достигать 8 ГГц и 0.2 ГГц соответственно. Предсказанная возможность стабилизации киральных магнитных текстур позволяет говорить о структуре ферромагнетик/парамагнетик как о возможном материале для создания скирмионов, являющимся альтернативой по отношению к структуре ферромагнетик/тяжелый металл. Сильная температурная зависимость эффективной постоянной ДМ позволяет управлять размерами скирмионов, дает возможность их создания и удаления, что может найти применение в устройствах магнитной памяти. Полученные результаты допускают возможность экспери-

11

ментальной проверки. Так, эффективную постоянную ДМ можно измерить при помощи мандельштам-бриллюэновской спектроскопии; формирующиеся киральные магнитные состояния можно наблюдать методами магнитно-силовой и лоренцевой микроскопии.

Методология и методы исследования

Для решения первых двух поставленных задач была использована теория Ландау фазовых переходов второго рода, в рамках которой свободная энергия представляется в виде разложения по степеням параметров порядка и их производных. Посредством минимизации свободной энергии определены параметры порядка, а также их связь с магнитной энтропией рассматриваемых систем. Для решения третьей поставленной задачи использовались уравнения Максвелла и уравнение Лондонов для нахождения магнитостатической энергии систем ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник. Для определения спектра спиновых волн решалось уравнение Ландау-Лифшица, а для определения энергий киральных магнитных текстур применялся метод пробных функций.

Основные положения, выносимые на защиту

- В многослойной структуре ферромагнетик/парамагнетик достигается обменное усиление магнитокалорического эффекта, обусловленное наведением ферромагнитного порядка в парамагнетике из-за эффекта близости. Наибольшее изотермическое изменение магнитной энтропии обеспечивается изменением взаимной ориентации намагниченностей ферромагнитных слоев с параллельной до антипараллельной.
- 2. В многослойной структуре ферромагнетик/антиферромагнетик достигается обменное усиление магнитокалорического эффекта, обусловленное подавлением антиферромагнитного порядка в антиферромагнетике из-за эффекта близости. Наибольшее изотермическое изменение магнитной энтропии обеспечивается изменением направления намагниченностей ферромагнитных слоев с перпендикулярного до параллельного относительно легкой оси анизотропии антиферромагнетика. В рассматриваемой неоднородной структуре выполняется соотношение Максвелла, при помощи которого можно проводить косвенные измерения изотермического изменения магнитной энтропии по магнитометрическим данным.

12

3. Магнитостатическое взаимодействие приводит к появлению невзаимного слагаемого в спектре спиновых волн, распространяющихся в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник, а также стабилизирует киральные магнитные текстуры (магнитная циклоида, скирмион) в структуре ферромагнетик/парамагнетик. Особенностью рассматриваемого взаимодействия является сильная температурная зависимость в окрестности критических точек парамагнетика и сверхпроводника.

Личный вклад автора

- Основной вклад в расчет изотермического изменения магнитной энтропии в многослойной структуре ферромагнетик/парамагнетик в рамках теории Ландау фазовых переходов второго рода (совместно с А. А. Фраерманом) [A1, A2]. Расчеты в рамках теории молекулярного поля выполнены А. Б. Дровосековым [A2].
- Основной вклад в исследование магнитокалорического эффекта в многослойной структуре ферромагнетик/антиферромагнетик в рамках теории Ландау фазовых переходов второго рода (совместно с Е. А. Караштиным) [А6].
- Основной вклад в расчет спектра спиновых волн в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник (совместно с А. А. Фраерманом) [А3, А5].
- Равнозначный вклад в расчет эффективной постоянной Дзялошинского-Мории, а также в определение условий устойчивости киральных магнитных текстур (совместно с А. А. Фраерманом и К. Р. Мухаматчиным) [А4, А5].

Степень достоверности и апробация результатов

Результаты работы опубликованы в отечественных и зарубежных журналах: Журнал Экспериментальной и Teoperuчeckoй Физики [A2,A5]; Journal of Applied Physics [A1]; Physical Review B [A3,A4,A6].

Также результаты докладывались на следующих международных конференциях: XXIV-XXVIII международные симпозиумы «Нанофизика и наноэлектроника» (Н.Новгород, 2020-2024) [B1, B2, B5, B6, B8]; Международная конференция «Новое в магнетизме и магнитных материалах» (Москва, 2021) [B3]; VIII Euro-Asian Symposium «Trends in MAGnetism» (Russia, Kazan, 2022) [B4]; Дни калорики в Дагестане: функциональные материалы и их приложения (Дербент, 2023) [B7].

Кроме того, по результатам диссертации были проведены семинары в Институте физики микроструктур РАН; Институте теоретической физики им. Л. Д. Ландау; Нижегородском государственном университете им. Н. И. Лобачевского.

Публикации

Результаты диссертации изложены в 14 печатных работах, в том числе в 6 статьях в реферируемых журналах, входящих в список ВАК [A1–A6], и в 8 работах в сборниках трудов международных конференций [B1–B8].

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из Введения, четырех Глав, трех Приложений и Заключения. Общий объем диссертации составляет 116 страниц, включая 30 рисунков. Список цитируемой литературы содержит 139 наименования, список публикаций автора по теме диссертации включает 14 наименований.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность темы работы, описана степень ее разработанности, сформулированы основные цели и задачи, аргументирована научная новизна исследований, а также теоретическая и практическая значимость полученных результатов; описана методология и методы исследования, указан личный вклад автора в работу, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

Глава 1 посвящена литературному обзору. Приведено описание используемых теоретических подходов: теории Ландау фазовых переходов второго рода (Раздел 1.1.1 и 1.1.3), теории молекулярного поля (Раздел 1.1.2); описан принцип магнитного охлаждения (Раздел 1.2); рассмотрены магнитные структуры с нарушенной симметрией по отношению к инверсии (Раздел 1.3.1) и обращению времени (Раздел 1.3.2), а также следствия таких нарушений. В Главе 2 приведено исследование МКЭ в планарной структуре ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик. В такой структуре парамагнитная прослойка выступает в качестве твердотельного рефрижеранта, а ферромагнитные слои являются источниками обменных полей, меняющих магнитную энтропию прослойки при их переориентации. В Разделе 2.1 вычисляется индуцированная намагниченность в полубесконечном парамагнетике, граничащем с ферромагнетиком; определяются условия, при выполнении которых эта намагниченность на границе раздела приближается к насыщению. В Разделе 2.2 показано, что в трехслойной структуре изотермическое изменение магнитной энтропии Δs , вызванное изменением взаимной ориентации намагниченностей ферромагнитных слоев с параллельной (\uparrow) до антипараллельной (\uparrow), пропорционально среднему квадрату намагниченности прослойки **m**, т.е.

$$\Delta s = s_{\uparrow\downarrow} - s_{\uparrow\uparrow} \propto \overline{\mathbf{m}^2}_{\uparrow\uparrow} - \overline{\mathbf{m}^2}_{\uparrow\downarrow}, \ \overline{\mathbf{m}^2}_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)} = \frac{1}{d} \int\limits_{-d/2}^{d/2} \mathbf{m}^2_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}(z) \, dz$$

где d — толщина прослойки, z — координата, изменяющаяся вдоль нормали к слоям, а верхнее подчеркивание обозначает усреднение по толщине прослойки. Продемонстрировано обменное усиление МКЭ в рассматриваемой структуре по отношению к отдельной парамагнитной пленке.

В Главе 3 приведено исследование МКЭ в планарной структуре ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик. Теперь в качестве рефрижеранта выступает прослойка антиферромагнетика, антиферромагнитный порядок (вектор Нееля) которой подавляется обменными полями со стороны ферромагнитных слоев. Аналогично, при переориентации обменных полей (намагниченностей ферромагнитных слоев) изменяется степень подавления антиферромагнитного порядка и, как следствие, магнитная энтропия прослойки. В **Разделе 3.1** рассчитывается профиль вектора Нееля в полубесконечном антиферромагнетике, граничащем с ферромагнетиком; определяются условия, при выполнении которых происходит значительное подавление антиферромагнитного порядка на границе раздела. Показано, что в отличие от случая, рассмотренного в предыдущей главе, МКЭ возникает даже в двухслойной структуре. В **Разделе 3.2** показано, что в трехслойной структуре изотермическое изменение магнитной энтропии, вызванное изменением направления намагниченностей ферромагнитных слоев с перпендикулярного (⊥) до параллельного (||) относительно легкой оси прослойки, пропорционально среднему квадрату вектора Нееля L, т.е.

$$\Delta s = s_{\parallel} - s_{\perp} \propto \overline{\mathbf{L}^2}_{\perp} - \overline{\mathbf{L}^2}_{\parallel}, \ \overline{\mathbf{L}^2}_{\perp(\parallel)} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{L}^2_{\perp(\parallel)}(z) \, dz.$$

Продемонстрировано обменное усиление МКЭ в рассматриваемой структуре по отношению к отдельной антиферромагнитной пленке. Доказано выполнение соотношения Максвелла, позволяющее по магнитометрическим данным проводить косвенные измерения Δs .

В Главе 4 приведено исследование магнитостатического механизма нарушения киральной симметрии в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник. В этих системах неоднородное распределение намагниченности в ферромагнитной пленке посредством полей рассеяния индуцирует намагниченность или сверхток в парамагнетике или сверхпроводнике, которые являются источниками вторичных полей рассеяния, влияющих на исходное распределение намагниченности. Такое магнитостатическое взаимодействие приводит к нарушению киральной симметрии, подобно поверхностному взаимодействию ДМ в структуре ферромагнетик/тяжелый металл. В **Разделе 4.1** рассчитана эффективная постоянная ДМ $D_{\rm eff}$ в рассматриваемых системах,

$$D_{\text{eff}}(q) = -\frac{\pi\kappa(q)}{q^2h} \left(1 - e^{-qh}\right)^2,$$

где h — толщина ферромагнитной пленки, q — волновое число. Параметр κ сильно зависит от температуры системы T в окрестности критической точки T_c парамагнетика или сверхпроводника и лежит в интервале [0, 1] (ферромагнетик/парамагнетик) или [-1, 0] (ферромагнетик/сверхпроводник). В **Разделе 4.2** рассчитан спектр спиновых волн, распространяющихся в системах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник. Показано, что спектр обладает свойством невзаимности, т.е. содержит слагаемое вида

$$\omega(\mathbf{q}) = \dots + 2\gamma_g D_{\text{eff}}(q) \left(\mathbf{q} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{M}_0)\right) + \dots,$$

где **q** — волновой вектор, **n** — нормаль к границе раздела, направленная в сторону ферромагнитной пленки, $\gamma_g > 0$ — гиромагнитное отношение и **M**₀ — невозмущенная однородная намагниченность пленки. Поскольку это слагаемое пропорционально эффективной постоянной ДМ, то его знак различен для случаев парамагнетика и сверхпроводника. В **Разделе 4.3** определены условия формирования киральных магнитных текстур (скирмиона, магнитной циклоиды) в рассматриваемых системах. Показано, что такие текстуры могут стабилизироваться только в структуре ферромагнетик/парамагнетик. В Заключении сформулированы основные результаты работы.

В **Приложении А** приводится вычисление намагниченности, индуцированной в антиферромагнетике за счет близости с соседними ферромагнитными слоями; а также рассчитывается обменная энергия.

В **Приложении В** приведены вычисления магнитостатической энергии в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник.

В **Приложении С** рассмотрен случай произвольной магнитной спирали в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник; определены условия устойчивости магнитной циклоиды.

1. Литературный обзор

1.1. Некоторые подходы к описанию ферро- и антиферромагнетиков

1.1.1. Теория Ландау фазовых переходов второго рода для ферромагнетиков

При определенных условиях (например, температуре и давлении или температуре и объеме) термодинамическая система скачком меняет свои свойства. Говорят, что происходит фазовый переход. Из требования термодинамической устойчивости следует непрерывность тех или иных термодинамических потенциалов системы как функций температуры (например, свободной энергии). В окрестности точки перехода изменение свободной энергии, соответствующее бесконечно малому изменению температуры, должно быть бесконечно мало. Это значит, что возможно либо появление бесконечно малого количества новой фазы с конечным отличием ее свойств от свойств исходной, либо возникновение во всем объеме «бесконечно малого» нового свойства [114].

Первый случай называют фазовым переходом первого рода, поскольку он сопровождается скачками первых производных от термодинамических потенциалов. Такой переход совершается непрерывным образом, и для него свойственны явления переохлаждения и перегрева. Примерами переходов первого рода являются переходы пар-жидкость, жидкостьтвердое тело, пар-твердое тело. Второй случай сопровождается скачками вторых производных и, соответственно, называется фазовым переходом второго рода. Такие переходы происходят между фазами различной симметрии (кристалл и жидкость, различные кристаллические модификации) и, поэтому, не могут совершаться непрерывным образом, как переходы первого рода. В каждом состоянии тело обладает либо одной, либо другой симметрией, и потому всегда можно указать, к какой из фаз оно относится. Однако, состояние тела при этом меняется непрерывным образом. Путем перехода второго рода может осуществляться также и взаимное превращение двух фаз, отличающихся каким-либо иным свойством симметрии, отличным от структурного. Таковы фазовые переходы в ферромагнитных или антиферромагнитных веществах — в этом случае мы имеем дело с изменением симметрии в ориентации элементарных магнитных моментов в теле.

Ключевым понятием в теории Ландау фазовых переходов второго рода является понятие параметра порядка, характеризующего систему. Этот параметр отличен от нуля только по одну сторону от линии фазового перехода; с ним связано вышеупомянутое симметрийное различие двух фаз. В случае фазового перехода ферромагнетик-парамагнетик в качестве параметра порядка выступает намагниченность **m**, отличная от нуля только в ферромагнитной фазе (в условиях отсутствия внешнего магнитного поля).

Рассмотрим ферромагнетик, находящийся во внешнем однородном магнитном поле **H** при температуре T в окрестности точки Кюри T_c . Возьмем в качестве термодинамического потенциала, описывающего состояние ферромагнетика, свободную энергию Гельмгольца $F(T, V, \mathbf{H}, \mathbf{m})$, где V — объем ферромагнетика. Ясно, что переменная **m** не равноправна с переменными T, V и **H**, поскольку последние могут быть заданы произвольным образом, а **m** определяется из условия теплового равновесия, т.е. из условия минимальности F при заданных T, V и **H**. При не слишком большом магнитном поле намагниченность **m** должна быть мала. Тогда объемную плотность свободной энергии f = F/V можно представить в виде разложения по степеням **m**, в котором мы ограничимся слагаемым четвертого порядка¹ [115]:

$$f(T, V, \mathbf{H}, \mathbf{m}) = \frac{1}{2}a(T, V)\,\mathbf{m}^2 + \frac{1}{4}b(T, V)\,\mathbf{m}^4 - (\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}),\tag{1.1}$$

где a и b — коэффициенты разложения. Последнее слагаемое в формуле (1.1) представляет собой плотность энергии ферромагнетика в магнитном поле **H**. Отметим, что разложение f содержит только слагаемые с четными степенями по векторам **m** и **H** в силу инвариантности свободной энергии по отношению к обращению времени.

При $\mathbf{H} = 0$ реализуется случай спонтанно намагниченного ферромагнетика. Для того, чтобы спонтанная намагниченность существовала в ферромагнитной фазе ($T < T_c$) и отсутствовала в парамагнитной ($T > T_c$), необходимо, чтобы $a(T > T_c, V) > 0$ и $a(T < T_c, V) < 0$, а b > 0 по обе стороны от точки Кюри (см. рис. 1.1 а). Ясно также, что при $T = T_c$ коэффи-

¹Отметим, что в этом разложении было опущено слагаемое, зависящее только от T и V, в силу его несущественности для дальнейшего изложения. В отсутствие такого слагаемого под f следует понимать магнитный вклад в полную свободную энергию



Рисунок 1.1. Объемная плотность свободной энергии f в зависимости от m по обе стороны от точки Кюри при (a) $\mathbf{H} = 0$ и (b) $\mathbf{H} \neq 0$

циент *а* должен обращаться в нуль. Тогда в непосредственной окрестности *T_c* коэффициенты *а* и *b* можно представить в виде следующих разложений:

$$a(T,V) \approx \alpha \tau, \ b(T,V) \approx b(T_c,V) = \frac{\beta}{m_s^2},$$
(1.2)

где $\tau = (T - T_c)/T_c$, m_s — намагниченность насыщения, α и β — положительные постоянные, зависящие от объема.

При $\mathbf{H} \neq 0$ намагниченность отлична от нуля по обе стороны от точки Кюри (см. рис. 1.1 b). Уравнение, отвечающее минимуму свободной энергии f, имеет вид

$$\alpha \tau \mathbf{m} + \frac{\beta}{m_s^2} \mathbf{m}^3 = \mathbf{H}.$$
 (1.3)

Это уравнение позволяет описать истинное намагничивание (парапроцесс) в ферромагнетиках вблизи точки Кюри. Для спонтанной намагниченности (**H** = 0) получаем

$$m = \begin{cases} m_s \sqrt{\frac{-\alpha\tau}{\beta}} & \text{при } T < T_c, \\ 0 & \text{при } T \ge T_c. \end{cases}$$
(1.4)

Из формулы (1.4) видно, что по мере приближения к точке Кюри ферромагнитный порядок уменьшается и достигает нуля в самой точке. При $\mathbf{H} \neq 0$ и $T = T_c$ из формулы (1.3) нетрудно получить $m = m_s \left(H/(\beta m_s) \right)^{1/3}$. Полевые зависимости намагниченности при различных температурах изображены на рис. 1.2.

Используя формулу (1.3), найдем выражение для объемной плотности магнитного вклада в энтропию $s = -(\partial f / \partial T)|_V$,

$$s = -\frac{\alpha}{2T_c}m^2. \tag{1.5}$$



Рисунок 1.2. Полевые зависимости намагниченности ферромагнетика mпри $T < T_c, \, T = T_c$ н $T > T_c$

В парамагнитной фазе m = 0 и s = 0, а в ферромагнитной при $\mathbf{H} = 0$ имеем

$$s = \frac{\alpha^2 m_s^2}{2\beta T_c} \tau. \tag{1.6}$$

Как и следовало ожидать, при переходе через точку Кюри энтропия остается непрерывной. Наконец, определим теплоемкость $c_V = T (\partial s / \partial T)_V$,

$$c_V = \frac{\alpha^2 m_s^2 T}{T_c^2} \frac{m^2}{\alpha \tau m_s^2 + 3\beta m^2}.$$
 (1.7)

В отличие от энтропии, теплоемкость испытывает скачок в точке Кюри. Действительно, при $\mathbf{H} = 0$ в парамагнитной фазе $c_V = 0$, а в ферромагнитной имеем

$$c_V = \frac{\alpha^2 m_s^2 T}{2\beta T_c^2}.$$
(1.8)

Таким образом, при переходе из парамагнитной фазы в ферромагнитную теплоемкость скачком увеличивается на $\alpha^2 m_s^2/(2\beta T_c)$. Отметим, что при этом скачки испытывают и другие величины, определяемые через вторую производную от термодинамических потенциалов (например, коэффициент теплового расширения, сжимаемость и т.п.). При $\mathbf{H} \neq 0$ ситуация меняется: магнитное поле снимает симметрийное различие между фазами, поскольку параметр порядка при сколь угодно малом поле отличен от нуля по обе стороны от точки Кюри. Соответственно, исчезает также и дискретная точка фазового перехода — переход «размывается». В частности, вместо резкого скачка теплоемкости возникает аномалия, растянутая по некоторому температурному интервалу (см. рис. 1.3).



Рисунок 1.3. Температурные зависимости (a) энтропи
иsи (b) теплоемкости c_V для случае
в $\mathbf{H}=0$ и $\mathbf{H}\neq 0$

При пространственно-неоднородной намагниченности свободная энергия будет зависеть не только от самой намагниченности, но и от ее производных по координатам. Запишем связанную с этим плотность энергии «неоднородности» в наиболее общем виде [116]:

$$\varepsilon = I_{ikl}^0 \frac{\partial m_i}{\partial x_l} m_k + J_{ikln}^0 \frac{\partial m_i}{\partial x_l} \frac{\partial m_k}{\partial x_n}, \tag{1.9}$$

где \hat{I}^0 — тензор третьего ранга, а \hat{J}^0 — тензор четвертого ранга. Формула (1.9) представляет собой разложение по малым градиентам намагниченности, в котором мы ограничились слагаемыми второго порядка. Малость этих градиентов означает, что существенное изменение направления магнитных моментов происходит лишь на расстояниях, больших по сравнению с межатомными. Отметим, что в разложении для ε мы опустили слагаемое вида $K_{ikln}^0 \partial^2 m_i / (\partial x_l \partial x_n) m_k$, поскольку при интегрировании по объему оно сведется ко второму слагаемому в формуле (1.9). Основным вкладом в энергию неоднородности ε является обменная энергия $\varepsilon_{\text{еx}}$, увеличивающаяся, когда магнитные моменты в соседних узлах непараллельны. Выделим этот вклад из ε . Для этого заметим, что энергия ε_{ex} в силу своего обменного происхождения должна быть инвариантна по отношению к повороту векторного поля **m** (обменная симметрия). Это значит, что ε_{ex} должна быть составлена таким образом, чтобы «магнитные» и «координатные» векторные индексы сворачивались бы каждые только между собой, но не друг с другом. В этом случае тензоры \hat{I}^0 и \hat{J}^0 должны быть устроены следующим образом:

$$I_{ikl}^{0} = \delta_{ik} I_l, J_{ikln}^{0} = \delta_{ik} J_{ln}, \qquad (1.10)$$

где δ_{ik} — символ Кронекера. Тогда $\varepsilon_{\mathrm{ex}}$ запишется в виде

$$\varepsilon_{\text{ex}} = \frac{1}{2} \mathbf{I} \cdot \nabla \mathbf{m}^2 + J_{ln} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_l} \cdot \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_n}.$$
 (1.11)

Первое слагаемое в формуле (1.11) при интегрировании по объему сведется к выражению, зависящему от значения **m** на поверхности ферромагнетика, поэтому это слагаемое не может иметь смысла объемной плотности обменной энергии и должно быть отброшено. Если ферромагнетик представляет собой кубический кристалл или является изотропным, то $J_{ln} = (l_0^2/2) \delta_{ln}$, где l_0 — обменная длина. В итоге объемная плотность свободной энергии fнеоднородно намагниченного ферромагнетика принимает вид

$$f = \frac{l_0^2}{2} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_i}\right)^2 + \frac{\alpha \tau}{2} \mathbf{m}^2 + \frac{\beta}{4m_s^2} \mathbf{m}^4 - (\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}).$$
(1.12)

В заключении приведем условия применимости теории Ландау. Точка фазового перехода второго рода является в действительности особой точкой для свободной энергии тела. Физическая природа этой особенности состоит в аномальном возрастании флуктуаций параметра порядка, связанных с пологостью минимума свободной энергии. Следовательно, существует узкий температурный интервал в окрестности T_c , в котором рассматриваемая теория неприменима. Выводы этой теории надо тогда относить лишь к состояниям обеих фаз вне указанного интервала температур. Требование малости среднего квадрата флуктуаций по сравнению с равновесным значением намагниченности при $\mathbf{H} = 0$ приводит к следующему условию применимости теории Ландау (условие Леванюка-Гинзбурга) [115]:

$$\alpha |\tau| \gg \frac{k_B^2 T_c^2 \beta^2}{l_0^6 m_s^4}.$$
(1.13)

Кроме этого условия необходимо, чтобы было $\tau \ll 1$, поскольку мы пользовались разложением (1.2). Тогда из (1.13) следует

$$\frac{k_B^2 T_c^2 \beta^2}{\alpha l_0^6 m_s^4} \ll 1. \tag{1.14}$$

При соблюдении неравенства (1.14) существует температурная область, в которой справедлива теория Ландау. Отметим, что внешнее поле стабилизирует флуктуации намагниченности, что отражается в уменьшении пологости минимума свободной энергии (см. рис. 1.1). При этом флуктуации могут быть подавлены даже в точке Кюри, если [115]

$$\frac{H}{m_s} \gg \left(\frac{\beta k_B^3 T_c^3}{27 \, l_0^9 m_s^6}\right)^{1/4}.$$
(1.15)

Таким образом, наличие внешнего поля расширяет область применимости теории Ландау.

1.1.2. Теория молекулярного поля для ферромагнетиков

Следуя [117], рассмотрим сначала случай «истинного» парамагнетика, а затем обобщим полученные результаты на случай ферромагнетика.

Пусть рассматриваемая система представляет собой парамагнетик, состоящий из N одинаковых невзаимодействующих магнитных атомов с полным моментом количества движения \mathcal{J} и магнитным моментом $\mu_{\mathcal{J}}$. Гамильтониан одного такого атома, находящегося во внешнем однородном магнитном поле **H**, имеет вид

$$\mathcal{H} = -\mu_{\mathcal{J}z}H,\tag{1.16}$$

где, как мы считаем, магнитное поле направлено вдоль оси $z (\mu_{\mathcal{J}z} -$ проекция магнитного момента на ось z). Поскольку собственные значения гамильтониана (1.16) есть $E_n = -g\mu_B nH$, где g — фактор Ланде, μ_B — магнетон Бора, а n принимает значения $\mathcal{J}, \mathcal{J} - 1, \ldots, -\mathcal{J}$, то статистическую сумму состояний,

$$Z_{\mathcal{J}} = \operatorname{Sp}\left(e^{-\frac{\hat{\mathcal{H}}}{k_B T}}\right) = \sum_{n} e^{-\frac{E_n}{k_B T}},\tag{1.17}$$

можно переписать в виде

$$Z_{\mathcal{J}} = \sum_{n=-\mathcal{J}}^{\mathcal{J}} e^{\frac{nX}{\mathcal{J}}} = \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{2\mathcal{J}+1}{2\mathcal{J}}X\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{1}{2\mathcal{J}}X\right)},\tag{1.18}$$

где $X = g\mu_B \mathcal{J} H/(k_B T)$. Тогда свободная энергия всей системы F принимает вид

$$F = -k_B T N \ln Z_{\mathcal{J}}.$$
(1.19)

Все равновесные характеристики системы можно получить из величины F. Так, намагниченность $m = -(\partial F/\partial H)_T/V$, а также объемная плотность энтропии s парамагнетика имеют вид

$$m = m_s B_{\mathcal{J}}(X), \ m_s = g\mu_B \mathcal{J} \frac{N}{V}, \tag{1.20}$$

$$s = \frac{Nk_B}{V} \left(\ln Z_{\mathcal{J}}(X) - XB_{\mathcal{J}}(X) \right), \qquad (1.21)$$

где $B_{\mathcal{J}}(X)-$ функция Бриллюэна, определяемая как

$$B_{\mathcal{J}}(X) = \frac{2\mathcal{J}+1}{2\mathcal{J}} \operatorname{cth}\left(\frac{2\mathcal{J}+1}{2\mathcal{J}}X\right) - \frac{1}{2\mathcal{J}} \operatorname{cth}\left(\frac{1}{2\mathcal{J}}X\right).$$
(1.22)

Классический случай получается в пределе $\mathcal{J} \to \infty$ и $\mu_B \to 0$, так что $g\mu_B \mathcal{J} \to \mu_0$, где μ_0 — элементарный магнитный момент в классическом приближении. При этом функция (1.22) переходит в функцию Ланжевена $\mathcal{L}(X) = \operatorname{cth}(X) - 1/X$. На рис. 1.4 изображены зависимости функции Бриллюэна (1.22) от X при различных значениях \mathcal{J} . Считая $X \ll 1$ (область высоких температур и малых полей) и раскладывая намагниченность (1.20) в ряд, получаем закон Кюри

$$m = \chi H, \ \chi = \frac{\mathcal{C}}{T}, \ \mathcal{C} = \frac{Ng^2 \mu_B^2 \mathcal{J}(\mathcal{J}+1)}{3Vk_B}, \tag{1.23}$$

где χ — магнитная восприимчивость, \mathcal{C} — постоянная Кюри.

Обобщение на случай системы из N обменно-связанных магнитных моментов (случай ферромагнетика) происходит путем добавления молекулярного поля $\Lambda \mathbf{m}$ к внешнему магнитному полю, т.е. $\mathbf{H} \rightarrow \mathbf{H} + \Lambda \mathbf{m}$, где Λ — постоянная молекулярного поля. Введение молекулярного поля приводит к появлению спонтанной намагниченности ферромагнетика ниже точки Кюри, удовлетворяющей уравнению (1.20), в котором вместо H следует взять Λm . Действуя аналогично, как при выводе формулы (1.23), приходим к закону Кюри-Вейсса для восприимчивости выше точки Кюри,

$$m = \chi H, \ \chi = \frac{\mathcal{C}}{T - T_c},\tag{1.24}$$

где критичеческая температура определяется как $T_c = \mathcal{C}\Lambda$.

В окрестности температуры Кюри теория молекулярного поля и теория Ландау находятся в хорошем согласии друг с другом. Действительно, раскладывая (1.20) в ряд, считая, что $X \ll 1$ и $H \ll \Lambda m$, приходим к формуле (1.3), где постоянные α и β получают выражение через параметры теории молекулярного поля:

$$\alpha = \Lambda = \frac{T_c}{\mathcal{C}}, \ \beta = \frac{3}{10} \Lambda \left(1 + \left(\frac{\mathcal{J}}{\mathcal{J} + 1} \right)^2 \right).$$
(1.25)

Теория молекулярного поля также допускает обобщение на случай пространственнонеоднородного распределения намагниченности [A2]. Если намагниченность неоднородна только вдоль одного направления, то ферромагнетик мысленно разделяют на «атомные» слои с толщиной a_0 . В каждом *i*-м слое намагниченность \mathbf{m}_i считается однородной. Тогда суммарное поле $\mathbf{H}_i^{\text{tot}}$, действующее на атомы *i*-го слоя, складывается из внешнего поля **H** и молекулярных полей со стороны близлежащих атомов того же слоя ($\Lambda_{ii}\mathbf{m}_i$) и соседних слоев ($\Lambda_{ii\pm 1}\mathbf{m}_{i\pm 1}$):

$$\mathbf{H}_{i}^{\text{tot}} = \mathbf{H} + \Lambda_{ii}\mathbf{m}_{i} + \Lambda_{ii-1}\mathbf{m}_{i-1} + \Lambda_{ii+1}\mathbf{m}_{i+1}, \qquad (1.26)$$

где Λ_{ij} — константы молекулярного поля. Отметим, что в однородном случае $m_i = m$, и мы



Рисунок 1.4. Зависимость функции Бриллюэн
а $B_{\mathcal{J}}(X)$ от Xпри $\mathcal{J}=1/2,\,3/2,\,7/2$
и ∞ [117]

получаем обычное выражение для молекулярного поля $\mathbf{H} + \Lambda \mathbf{m}$, где $\Lambda = \Lambda_{ii} + \Lambda_{ii-1} + \Lambda_{ii+1}$. Удобно ввести параметр $\zeta = \Lambda_{ii\pm 1}/\Lambda$, который можно рассматривать как отношение числа ближайших атомов в соседних слоях к их полному количеству. Принимая во внимание такое определение ζ , выражение для поля $\mathbf{H}_i^{\text{tot}}$ можно переписать в виде

$$\mathbf{H}_{i}^{\text{tot}} = \mathbf{H} + \Lambda \mathbf{m}_{i} + \Lambda \zeta a_{0}^{2} \, \frac{\mathbf{m}_{i+1} - 2\mathbf{m}_{i} + \mathbf{m}_{i-1}}{a_{0}^{2}}.$$
(1.27)

Из такой записи видно, что первые два слагаемых представляют собой случай однородной намагниченности, а третье слагаемое определяет «градиентный» вклад в молекулярное поле. Это слагаемое в континуальном пределе пропорционально второй производной намагниченности в направлении ее неоднородности и, таким образом, дает связь константы молекулярного поля и обменной длины: $l_0^2 = \Lambda \zeta a_0^2$. Равновесное направление и величина намагниченности \mathbf{m}_i в каждом из атомных слоев определяются условиями

$$\mathbf{m}_i || \mathbf{H}_i^{\text{tot}}, \ m_i = m_s B_{\mathcal{J}}(X_i), \tag{1.28}$$

где X_i получается из X при замене H на H_i^{tot} .

1.1.3. Теория Ландау фазовых переходов второго рода для антиферромагнетиков

При помощи теории Ландау можно также описать фазовый переход второго рода в антиферромагнетиках. Для простоты рассмотрим одноосный двухподрешеточный антиферромагнетик. При $T < T_N$, где T_N — температура Нееля, обменное взаимодействие приводит к антипараллельному упорядочению намагниченностей подрешеток \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_2 . При $T \ge T_N$ термические флуктуации разрушают антиферромагнитный порядок, и антиферромагнетик переходит в парамагнитную фазу. Теперь в качестве параметра порядка выступает вектор Нееля $\mathbf{L} = \mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2$, отличный от нуля только при $T < T_N$. Если антиферромагнетик находится во внешнем магнитном поле \mathbf{H} , то также возникает отличная от нуля намагниченность $\mathbf{m} = \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2$. Тогда объемную плотность свободной энергии антиферромагнетика f в присутствии магнитного поля можно написать в виде [116]

$$f = \frac{\alpha\tau}{2}\mathbf{L}^2 + \frac{\beta}{4m_s^2}\mathbf{L}^4 + \frac{K_a}{2}\left(L_x^2 + L_y^2\right) + \frac{\mathbf{m}^2}{2\chi} + \frac{\Delta}{2}\left(\mathbf{m}\cdot\mathbf{L}\right)^2 + \frac{\delta}{2}\mathbf{m}^2\mathbf{L}^2 - \left(\mathbf{m}\cdot\mathbf{H}\right), \qquad (1.29)$$

где α , β , Δ и δ — положительные феноменологические параметры, m_s — намагниченность насыщения антиферромагнетика, $K_a > 0$ — постоянная магнитной анизотропии (z — легкая ось), $\tau = (T - T_N) / T_N$, χ — парамагнитная восприимчивость.

Пусть $T > T_N$. Тогда $\mathbf{L} = 0$ и $f = \mathbf{m}^2/(2\chi) - (\mathbf{m} \cdot \mathbf{H})$. Минимуму свободной энергии отвечает $\mathbf{m} = \chi \mathbf{H}$. Отметим, что в рамках теории Ландау невозможно установить температурную зависимость парамагнитной восприимчивости χ . Однако, из эксперимента известно [13], что $\chi = \mathcal{C}/(T + \theta_N)$, где θ_N — положительная постоянная с размерностью температуры. Считая \mathbf{m} и \mathbf{L} независимыми друг от друга, из условия $\partial f/\partial \mathbf{m} = 0$ при $T < T_N$ находим

$$\mathbf{m} = \chi_{\perp} \mathbf{H} - \left(\chi_{\perp} - \chi_{\parallel}\right) \hat{\mathbf{L}} \left(\mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{L}}\right), \qquad (1.30)$$

где $\hat{\mathbf{L}} = \mathbf{L}/L$ и $\chi_{\perp(\parallel)}$ — магнитная восприимчивость в случае перпендикулярного (параллельного) направления поля **H** относительно легкой оси антиферромагнетика,

$$\chi_{\perp} = \frac{\chi}{1 + \chi \mathbf{L}^2 \delta} \approx \chi \left(1 - \chi \mathbf{L}^2 \delta \right), \ \mathbf{H} \perp \hat{\mathbf{z}}, \tag{1.31a}$$

$$\chi_{\parallel} = \frac{\chi}{1 + \chi \mathbf{L}^2 \left(\Delta + \delta\right)} \approx \chi \left(1 - \chi \mathbf{L}^2 \left(\Delta + \delta\right)\right), \mathbf{H} \parallel \hat{\mathbf{z}}.$$
 (1.31b)

Мы получили, что ниже температуры Нееля восприимчивость антиферромагнетика анизотропна, причем эта анизотропия имеет обменное происхождение. Действительно, слагаемое $\Delta (\mathbf{m} \cdot \mathbf{L})/2$ в свободной энергии f инвариантно к повороту векторных полей \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_2 на один и тот же угол вокруг некоторой оси, т.е. оно обладает симметрией обменного взаимодействия. Подчеркнем также, что в точке перехода восприимчивость антиферромагнетика, в отличие от восприимчивости ферромагнетика, остается конечной.

После подстановки намагниченности (1.30) в свободную энергию (1.29), получим разложение f по степеням **L** и **H**,

$$f = \frac{\alpha\tau}{2}\mathbf{L}^2 + \frac{\beta}{4m_s^2}\mathbf{L}^4 + \frac{K_a}{2}\left(L_x^2 + L_y^2\right) + \frac{\chi^2\Delta}{2}\left(\mathbf{H}\cdot\mathbf{L}\right)^2 + \frac{\chi^2\delta}{2}\mathbf{H}^2\mathbf{L}^2 - \frac{\chi}{2}\mathbf{H}^2,$$
 (1.32)

где следует считать, что $\chi(T) \approx \chi(T_N)$. В отсутствие магнитного поля при $T < T_N$ имеем $L \equiv L_0 = m_s \sqrt{-\alpha \tau/\beta}$, т.е. параметр порядка следует обычной для теории Ландау зависимости от температуры (см. формулу (1.4)). Пусть теперь $\mathbf{H} \neq 0$. Если поле \mathbf{H} перпендикулярно легкой оси антиферромагнетика, то, как видно из свободной энергии f, вектор \mathbf{L} должен быть направлен вдоль легкой оси. Ситуация меняется, если поле \mathbf{H} параллельно легкой оси. В этом случае конкуренция третьего и четвертого слагаемых в формуле (1.32) приводит к появлению критического поля $H_{\rm sf}^2 = K_a/(\chi^2 \Delta)$, такого, что при $H > H_{\rm sf}$ происходит т.н. спин-флоппереход («опрокидывание» подрешеток). Этот переход состоит в изменении направления \mathbf{L} с параллельного до перпендикулярного относительно легкой оси и является переходом первого рода. Поле $H_{\rm sf}$, соответственно, называется полем спин-флопперехода. На рис. 1.5 изображены фазовые диаграммы антиферромагнетика для случаев $\mathbf{H} \perp \hat{\mathbf{z}}$ (рис. 1.5 b). Выражения для модулей параметра порядка в каждой из фаз имеют следующий вид:

$$L_{\perp}^{2} = \frac{\chi^{2} m_{s}^{2} \delta}{\beta} \left(\left(H_{c}^{\perp} \right)^{2} - H^{2} \right), \ \mathbf{H} \perp \hat{\mathbf{z}},$$
(1.33a)

$$L_{\parallel}^{2} = \frac{\chi^{2} m_{s}^{2} \left(\Delta + \delta\right)}{\beta} \left(\left(H_{c1}^{\parallel}\right)^{2} - H^{2} \right), \ \mathbf{H} \parallel \hat{\mathbf{z}}, \ H < H_{sf},$$
(1.33b)

$$L_{\rm sf}^2 = \frac{\chi^2 m_s^2 \delta}{\beta} \left(\left(H_{c2}^{\parallel} \right)^2 - H^2 \right), \ \mathbf{H} \parallel \hat{\mathbf{z}}, \ H > H_{\rm sf}, \tag{1.33c}$$

где индексы ⊥ и || соответствуют случаям перпендикулярного и параллельного направления магнитного поля относительно легкой оси, а индекс sf — спин-флоп фазе. Формулы (1.33a)-(1.33c) справедливы, когда поле **H** меньше соответствующих критических полей:

$$H_c^{\perp} = \sqrt{\frac{-\alpha\tau}{\chi^2\delta}}, \ H_{c1}^{\parallel} = \sqrt{\frac{-\alpha\tau}{\chi^2\left(\Delta+\delta\right)}}, \ H_{c2}^{\parallel} = \sqrt{\frac{-\alpha\tau-K_a}{\chi^2\delta}}.$$
 (1.34)

Отметим, что углы θ_{\perp} и θ_{\parallel} , показанные на рис. 1.5, связаны соотношением $\theta_{\perp} > \theta_{\parallel}$. Более того, обычно выполняется сильное неравенство $\theta_{\perp} \gg \theta_{\parallel}$, откуда следует, что $\Delta \gg \delta$.



Рисунок 1.5. Фазовые диаграммы антиферромагнетика при (а) перпендикулярном и (b) параллельном направлении магнитного поля **H** относительно легкой оси анизотропии антиферромагнетика [116]. Здесь $AFM_{\perp(\parallel)}$ обозначает антиферромагнитную фазу, PM обозначает парамагнитную фазу, а SF — спин-флоп-фазу. Сплошной линией изображена линия фазового перехода первого рода, образуемая полем $H_{\rm sf}(T)$, пунктирными — линии фазового перехода второго рода, образуемые полями (а) $H_c^{\perp}(T)$ и (b) $H_{c1}^{\parallel}(T), H_{c2}^{\parallel}(T)$

Рассчитаем теперь объемную плотность магнитной энтропии $s = -(\partial f/\partial T)_V$ и теплоемкость $c_V = T (\partial s/\partial T)_V$ антиферромагнетика. Учитывая, что $\partial f/\partial \mathbf{L} = 0$, из (1.32) получим

$$s = -\frac{\alpha}{2T_N}L^2,\tag{1.35}$$

$$c_V = \frac{\alpha^2 m_s^2 T}{2\beta T_N^2}.$$
(1.36)

Полученные выражения с точностью до замены L на m и T_N на T_c совпадают с формулами (1.5) и (1.8), справедливыми для ферромагнетика. Отметим, что в силу (1.33a)-(1.33c) энтропия антиферромагнетика зависит как от направления, так и от величины магнитного поля. При этом теплоемкость (1.36), в отличие от случая ферромагнетика, не зависит от **H**. Это и другие различия фазового перехода в ферро- и антиферромагнетиках связаны с разным влиянием внешнего поля на фазовые переходы этих веществ: в случае ферромагнетика переход размывается, а в случае антиферромагнетика — остается резким, поскольку антиферромагнитный порядок не может быть индуцирован магнитным полем и, следовательно, симметрийное различие между фазами по обе стороны от точки перехода не может быть устранено. Расширение теории Ландау для антиферромагнетика на случай неоднородного распределения намагниченностей подрешеток \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_2 производится следующим образом [118]. Воспользуемся формулой (1.11), полученной для ферромагнетика, и учтем наличие двух подрешеток. Тогда для энергии ε_{ex} имеем

$$\varepsilon_{\rm ex} = \frac{1}{2} J_{ln} \left(\frac{\partial \mathbf{m}_1}{\partial x_l} \cdot \frac{\partial \mathbf{m}_1}{\partial x_n} + \frac{\partial \mathbf{m}_2}{\partial x_l} \cdot \frac{\partial \mathbf{m}_2}{\partial x_n} \right) + J_{ln}' \frac{\partial \mathbf{m}_1}{\partial x_l} \cdot \frac{\partial \mathbf{m}_2}{\partial x_n}, \tag{1.37}$$

где первое слагаемое описывает обменное взаимодействие в каждой из подрешеток, а второе — взаимодействие между подрешетками. Отметим, что в силу инвариантности энергии ε_{ex} по отношению к изменению обозначения подрешеток (1 \leftrightarrow 2), тензор \hat{J}' должен быть симметричным, т.е. $J'_{ln} = J'_{nl}$. Используя это свойство, а также выражая \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_2 через \mathbf{L} и \mathbf{m} , приходим к

$$\varepsilon_{\text{ex}} = \frac{1}{4} \left(J_{ln} - J'_{ln} \right) \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial x_l} \cdot \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial x_n} + \frac{1}{4} \left(J_{ln} + J'_{ln} \right) \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_l} \cdot \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_n}.$$
(1.38)

Обычно влиянием кристаллической анизотропии на энергию ε_{ex} пренебрегают [116]. Тогда можно считать, что $(J_{ln} - J'_{ln})/4 = (\gamma/2) \delta_{ln}, (J_{ln} + J'_{ln})/4 = (\gamma_0/2) \delta_{ln}$, где γ и γ_0 — положительные постоянные. В итоге объемную плотность свободной энергии f антиферромагнетика с неоднородным распределением параметра порядка и намагниченности можно представить в следующем виде:

$$f = \frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial x_{i}}\right)^{2} + \frac{\alpha \tau}{2} \mathbf{L}^{2} + \frac{\beta}{4m_{s}^{2}} \mathbf{L}^{4} + \frac{K_{a}}{2} \left(L_{x}^{2} + L_{y}^{2}\right) + \frac{\gamma_{0}}{2} \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_{i}}\right)^{2} + \frac{\mathbf{m}^{2}}{2\chi} + \frac{\Delta}{2} \left(\mathbf{m} \cdot \mathbf{L}\right)^{2} + \frac{\delta}{2} \mathbf{m}^{2} \mathbf{L}^{2}.$$

$$(1.39)$$

Условия применимости теории Ландау для антиферромагнетика аналогичны условиям для ферромагнетика. Однако теперь внешнее поле не может стабилизировать параметр порядка, и в окрестности точки перехода всегда существует область, в которой выводы этой теории неприменимы.

1.2. Магнитокалорический эффект и принцип магнитного охлаждения

Магнитокалорический эффект представляет собой обратимое изменение температуры магнетика при его адиабатическом намагничивании или размагничивании. Наиболее простое объяснение этого эффекта состоит в следующем [9,113]. Магнитный материал можно представить как совокупность трех подсистем: решеточной (структурные элементы вещества), магнитной (магнитные моменты структурных элементов) и электронной (электроны проводимости). Тогда объемную плотность полной энтропии магнетика *S* можно написать в виде суммы

$$S = s + s_{\text{lat}} + s_{\text{el}},\tag{1.40}$$

где s, s_{lat} и s_{el} — вклады в энтропию от магнитной, решеточной и электронной подсистем соответственно. Предполагается, что вблизи точки Кюри, которая обычно находится в области комнатных температур и выше, вклады s_{lat} и s_{el} слабо зависят от магнитного поля. Более того, в этой области температур можно пренебречь вкладом от электронов проводимости. Тогда энтропия (1.40) принимает следующий вид:

$$S(T, H) = s(T, H) + s_{\text{lat}}(T).$$
 (1.41)

Последняя формула справедлива для редкоземельных элементов и плохо работает в случае переходных, в которых 3d-электроны вносят существенный вклад в проводимость. Если подвергнуть магнетик, например, адиабатическому размагничиванию, то магнитная энтропия *s* увеличится и, в силу постоянства полной энтропии *S*, уменьшится энтропия решетки *s*_{lat}, что приведет к понижению температуры. Наоборот, при адиабатическом намагничивании магнетика происходит его нагрев. Таким образом, МКЭ обусловлен, главным образом, взаимодействием магнитной и решеточной подсистем.

В силу обратимости МКЭ процессы размагничивания (охлаждения) и намагничивания (нагревания) можно замкнуть в цикл таким образом, чтобы отводить тепло от охлаждаемого тела во внешнюю среду. На рис. 1.6 схематически изображены стадии цикла магнитного охлаждения, на котором могут основываться «магнитные» холодильные устройства [119]. Адиабатическое намагничивание (рис. 1.6 а) приводит к упорядочению элементарных магнитных моментов и нагреву магнетика. Далее устанавливается тепловой контакт с внешней средой, температура которой меньше нагретого магнетика (рис. 1.6 b). Охлажденный до температуры внешней среды магнетик подвергается адиабатическому размагничиванию



Рисунок 1.6. Цикл магнитного охлаждения [119]: (a) адиабатическое намагничивание, (b) отвод тепла ко внешней среде, (c) адиабатическое размагничивание, (d) отвод тепла от охлаждаемого объекта

после устранения контакта с внешней средой и, как следствие, дальнейшему охлаждению (рис. 1.6 с). Наконец, магнетик приводится в тепловой контакт с охлаждаемым объектом, понижая температуру последнего (рис. 1.6 d). Далее цикл повторяется и продолжается до тех пор, пока температура охлаждаемого тела не сравняется с минимальной температурой магнитного материала.

Основными характеристиками магнитокалорического материала являются адиабатическое изменение температуры $\Delta T = T_{\rm f} - T_{\rm i}$ и изотермическое изменение энтропии $\Delta S(T, H_{\rm f}, H_{\rm i}) = S(T, H_{\rm f}) - S(T, H_{\rm i})$, где индекс f обозначает конечное поле (конечную температуру), а индекс i — начальное поле (начальную температуру). Изотермическое изменение энтропии связано с количеством теплоты ΔQ , которое может быть выделено или поглощено при данной температуре: $\Delta Q = VT\Delta S$. Отметим, что независимость $s_{\rm lat}$ от магнитного поля приводит к тому, что $\Delta S(T, H_{\rm f}, H_{\rm i}) = \Delta s(T, H_{\rm f}, H_{\rm i}) = s(T, H_{\rm f}) - s(T, H_{\rm i})$. На рис. 1.7 показаны $\Delta S(T, H_{\rm f}, H_{\rm i})$ и ΔT , определенные через энтропии $S(T, H_{\rm i})$ и $S(T, H_{\rm f})$. В случае ферромагнитного материала в окрестности критической температуры T_c величины $\Delta S(T, H_{\rm f}, H_{\rm i})$ и ΔT будут достигать максимальных значений, поскольку восприимчивость (1.24) неограниченно



Рисунок 1.7. Изотермическое изменение энтропии $\Delta S(T, H_{\rm f}, H_{\rm i})$ и адиабатическое изменение температуры ΔT магнетика, определенные через энтропии $S(T, H_{\rm i})$ и $S(T, H_{\rm f})$ [120]

возрастает. Это означает, что магнитокалорический материал должен иметь температуру Кюри в той области температур, в которой предполагается работа холодильной установки.

В окрестности критической температуры, где применима теория Ландау, изотермическое изменение магнитной энтропии Δs можно найти, используя формулу (1.5),

$$\Delta s(T, H_{\rm f}, H_{\rm i}) = \frac{\alpha}{2T_c} \left(m^2(T, H_{\rm i}) - m^2(T, H_{\rm f}) \right).$$
(1.42)

К этому результату можно также прийти, используя разложение формулы (1.21) в ряд при $X \ll 1$. Мы видим, что чем больше разница между начальной и конечной намагниченностью, тем больше изотермическое изменение энтропии. Следует, однако, помнить, что при $m^2(T, H_{\rm i}) - m^2(T, H_{\rm f}) \rightarrow m_s^2$ теория Ландау становится неприменима. Тогда для нахождения максимально возможного изотермического изменения энтропии $\Delta s_{\rm max}$ следует использовать формулу (1.21). Считая, что $m(T, H_{\rm i}) = 0$ и $m(T, H_{\rm f}) = m_s$, находим

$$\Delta s_{\max} = -\frac{Nk_B}{V} \ln \left(2\mathcal{J} + 1\right). \tag{1.43}$$

Отметим, что последняя формула неприменима для классического предела, когда $\mathcal{J} \to \infty$. Это обстоятельство связано с невыполнением теоремы Нерста в классическом пределе. Получим несколько важных уравнений в термодинамической теории МКЭ. В силу адиабатичности процесса dS = 0, тогда, используя определение полной² теплоемкости, $C_V = T (\partial S / \partial T)_V$, получим

$$\frac{dT}{dH} = -\frac{T}{C_V} \left(\frac{\partial s}{\partial H}\right)_T,\tag{1.44}$$

где было учтено, что $(\partial S/\partial H)_T = (\partial s/\partial H)_T$. Зная энтропию системы s(T, H), при помощи формулы (1.44) мы можем найти зависимость температуры образца от внешнего поля и, как следствие, ΔT . Можно, однако, получить простую (хотя и в значительной степени приближенную) связь ΔT непосредственно с Δs , т.е. [113]

$$\Delta T(T, H_{\rm f}, H_{\rm i}) \approx -\frac{T}{C_V(T)} \Delta s(T, H_{\rm f}, H_{\rm i}), \qquad (1.45)$$

где под T понимается начальная температура магнетика. Отдельно стоит отметить соотношение Максвелла, связывающее энтропию и намагниченность материала:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial H}\right)_T = \left(\frac{\partial m}{\partial T}\right)_H.$$
(1.46)

Это соотношение следует из равенства смешанных производных от свободной энергии $(\partial^2 f/(\partial T \partial H) = \partial^2 f/(\partial H \partial T))$ и позволяет проводить косвенные измерения Δs по экспериментальным зависимостям намагниченности от внешнего поля и температуры. В отличие от формулы (1.42), соотношение Максвелла не ограничено условиями применимости теории Ландау.

 $^{^{2}}$ Эта теплоемкость определяется как магнитной, так и решеточной подсистемами

1.3. Магнитные структуры с нарушенной симметрией

1.3.1. Нарушение симметрии по отношению к инверсии. Киральные магнитные текстуры

Нарушение симметрии по отношению к инверсии. Взаимодействие Дзялошинского-Мории

В ферромагнитных кристаллах с нарушенной инверсионной симметрией может существовать дополнительный вклад в энергию «неоднородности» ε (см. формулу (1.9)), отличный от обменного вклада ε_{ex} . Обозначим этот вклад как ε_{DMI} . Если не требовать инвариантности ε_{DMI} по отношению к повороту векторного поля **m**, присущую энергии обменного взаимодействия, то этот вклад будет иметь следующий вид:

$$\varepsilon_{\rm DMI} = I_{ikl}^0 \frac{\partial m_i}{\partial x_l} m_k. \tag{1.47}$$

Отметим, что тензор \hat{I}^0 является антисимметричным по первым двум индексам, т.е. $I_{ikl}^0 = -I_{kil}^0$. Действительно, если бы этот тензор был симметричным, то мы бы имели $\varepsilon_{\text{DMI}} = (I_{ikl}^0/2) (m_k \partial m_i / \partial x_l + m_i \partial m_k / \partial x_l) = (I_{ikl}^0/2) \partial (m_k m_i) / \partial x_l$. В этом случае при интегрировании по объему ε_{DMI} будет зависеть только от компонент намагниченности на поверхности ферромагнетика и, поэтому, не может иметь смысла объемной плотности энергии неоднородности. Таким образом, ε_{DMI} имеет вид

$$\varepsilon_{\rm DMI} = \frac{1}{2} I_{ikl}^0 \left(\frac{\partial m_i}{\partial x_l} m_k - \frac{\partial m_k}{\partial x_l} m_i \right), \ I_{ikl}^0 = -I_{kil}^0.$$
(1.48)

Взаимодействие, описываемое энергией ε_{DMI} называют взаимодействием Дзялошинского-Мории. Впервые существование такого вклада в энергию было обосновано Дзялошинским (1957) [17] из симметрийных соображений, а затем Мория (1960) [18] привел микроскопический вывод. Устройство тензора \hat{I}^0 зависит от симметрии системы. В частности, для кристаллографического класса C_{nv} (с осью z в качестве оси симметрии) ненулевыми компонентами тензора \hat{I}^0 являются компоненты $I_{311}^0 = I_{322}^0 = D$, $I_{131}^0 = I_{232}^0 = -D$, а ε_{DMI} обретает вид [121]

$$\varepsilon_{\rm DMI} = D\left(m_z \frac{\partial m_x}{\partial x} - m_x \frac{\partial m_z}{\partial x} + m_z \frac{\partial m_y}{\partial y} - m_y \frac{\partial m_z}{\partial y}\right),\tag{1.49}$$

где постоянная *D* называется постоянной ДМ.

Микроскопической причиной взаимодействия ДМ является спин-орбитальная связь. Учет этой связи в рамках sd-модели приводит к взаимодействию соседних спинов \mathbf{s}_i и \mathbf{s}_j , описываемому следующим слагаемым в энергии [18]:

$$\varepsilon_{\rm DMI}^{ij} = \mathbf{D}_{ij} \cdot \left(\mathbf{s}_i \times \mathbf{s}_j\right),\tag{1.50}$$

где \mathbf{D}_{ij} — постоянный вектор, направление которого определяется симметрией системы. Так, в кристалле антиферромагнитного α -Fe₂O₃ вектор \mathbf{D}_{ij} направлен вдоль тригональной оси. Взаимодействие ДМ в этом материале приводит к появлению «слабого» ферромагнетизма [17]. В структуре ферромагнетик/тяжелый металл, где атомы тяжелого металла обеспечивают спин-орбитальную связь, вектор \mathbf{D}_{ij} лежит в плоскости пленок, перпендикулярно нормали к границе раздела **n** и вектору \mathbf{r}_{ij} , соединяющему соседние спины \mathbf{s}_i и \mathbf{s}_j (рис. (1.8)), т.е. $\mathbf{D}_{ij} \propto \mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{n}$ [122]. Для такой структуры в непрерывном пределе, т.е. при $\mathbf{s}_j \approx \mathbf{s}_i + (\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla) \mathbf{s}_i$, $\mathbf{s}_i \to \mathbf{s}(\mathbf{r})$, из микроскопической энергии (1.50) можно получить формулу (1.49), справедливую, когда направление нормали совпадает с осью z.

Киральные магнитные текстуры

Киральность — это свойство объекта, обладая которым этот объект не совмещается со своим зеркальным изображением. Типичным примером кирального объекта является человеческая ладонь: левая ладонь при отражении в зеркале выглядит как правая и наоборот. Для ферромагнетиков вводят понятие киральности распределения намагниченности, которую можно охарактеризовать индексом киральности Z, имеющим следующий вид [123]:

$$Z = \hat{\mathbf{p}} \cdot \left(\hat{\mathbf{m}}_1 \times \hat{\mathbf{m}}_2 \right), \tag{1.51}$$

где $\hat{\mathbf{m}}_{1,2}$ — единичные векторы, имеющие направления намагниченности в соседних точках, $\hat{\mathbf{p}}$ — единичный полярный вектор, относительно которого определяется вращение намагниченности при переходе от точки к точке. Поскольку индекс Z является псевдоскаляром, то он меняет знак при любых инверсиях координатных осей и сохраняет его при любых поворотах. Таким образом, любое распределение намагниченности, для которого $Z \neq 0$, является киральным³.

Рассмотрим ферромагнитную пленку с анизотропией типа «легкая ось», характеризуемую постоянной K_a и направленную по нормали. Предполагается, что эта анизотропия

³Отметим, что индекс Z и сам может меняться при переходе от точки к точке. В этом случае следует говорить о средней киральности


Рисунок 1.8. Схематическое изображение планарной структуры ферромагнетик/тяжелый металл. Здесь *I* — тонкая ферромагнитная пленка, *II* — слой тяжелого металла

превосходит анизотропию формы ($K_a > 4\pi$). При определенных условиях для уменьшения магнитостатической энергии ферромагнитная пленка разобьется на домены, отделенные доменными стенками. Соседние домены имеют антипараллельно направленные намагниченности, коллинеарные оси анизотропии. В случае ферромагнитной пленки доменные стенки должны быть блоховскими (рис. 1.9 a, b), поскольку для них div $\mathbf{m} = 0$, что дополнительно уменьшает магнитостатическую энергию. Энергия, связанная с образованием доменной стенки Блоха, имеет вид [121,124]

$$\varepsilon_{\rm BDW} = 2m_s^2 l_0 \sqrt{K_a - 4\pi}.$$
(1.52)

Применим к ферромагнитной пленке (рис. 1.9 а) операцию зеркального отражения, результат которого показан на рис. 1.9 b. Можно видеть, что при этом меняется киральность доменной стенки Блоха (знак индекса Z). Отметим, что энергия (1.52) не зависит от киральности доменной стенки. В этом случае говорят, что в пленке существует киральная симметрия (киральное вырождение).

При наличии взаимодействия ДМ, например, в структуре ферромагнетик/тяжелый металл, ситуация меняется. Вместо стенки Блоха формируется стенка Нееля (рис. 1.9 с, d) с энергией

$$\varepsilon_{\rm NDW} = m_s^2 \left(2l_0 \sqrt{K_a - 4\pi} + \pi D \operatorname{sgn}(Z) \right) = \varepsilon_{\rm BDW} + \pi m_s^2 D \operatorname{sgn}(Z), \tag{1.53}$$

где sgn(Z) — сигнум от Z. Отметим, что для простоты в последней формуле не учитывался вклад в энергию от объемных «магнитных» зарядов, возникновение которых связано с ненулевой дивергенцией намагниченности. Аналогично результатом зеркального отражения



Рисунок 1.9. Доменные стенки (a, b) Блоха и (c, d) Нееля, сформированные в отдельной ферромагнитной пленке (I) и структуре ферромагнетик/тяжелый металл (I/II). Голубой прямоугольник изображает зеркальную плоскость

системы (рис. 1.9 с) является изменение киральности доменной стенки Нееля (рис. 1.9 d). Однако теперь, как видно из формулы (1.53), энергия стенки зависит от ее киральности⁴. Наименьшей энергии отвечает стенка с $D \operatorname{sgn}(Z) < 0$. Таким образом, взаимодействие ДМ нарушает киральную симметрию (снимает киральное вырождение) у ферромагнитной пленки. При этом знак киральности распределения намагниченности определяется знаком постоянной D.

Из формулы (1.53) также видно, что существует критическая величина постоянной ДМ $D_c = 2l_0\sqrt{K_a - 4\pi}/\pi$, такая, что при $|D| > D_c$ имеем $\varepsilon_{\rm NDW} < 0$, и ферромагнитная пленка становится неустойчивой по отношению к образованию доменных стенок Нееля [124]. Детальные расчеты показывают [125, 126], что при $|D| > D_c$ образуются «протяженные» киральные текстуры: магнитная циклоида (бесконечно повторяющаяся стенка Нееля) и решетка скирмионов (рис. 1.10). Переход между этими магнитными состояниями

 $^{^{4}}$ Во избежание недоразумений отметим, что при зеркальном отражении системы как целого ее энергия останется неизменной, что проявится в изменении знака D вместе со знаком Z. Поэтому под зеркальным отражением системы следует понимать отражение только распределения ее намагниченности



Рисунок 1.10. Магнитные состояния в структуре ферромагнетик/тяжелый металл в зависимости от величины внешнего поля **H**: (a) магнитная циклоида, (b) решетка неелевских скирмионов, (c) однородная намагниченность. Изображения, полученные при помощи спин-поляризованной сканирующей туннельной микроскопии в структуре Pd/Fe/Ir [24]: (d) сосуществование скирмионов и циклоидального состояния, (e) решетка скирмионов, (f) изолированный скирмион на фоне однородной намагниченности

может быть осуществлен посредством приложения внешнего магнитного поля **H**. Так, магнитная циклоида (рис. 1.10 a) устойчива в нулевом поле, а по мере его увеличения образуется сначала решетка скирмионов (рис. 1.10 b), а затем однородно намагниченное состояние (рис. 1.10 c). На рис. 1.10 d-f показаны изображения таких текстур, полученных при помощи спин-поляризованной сканирующей туннельной микроскопии в структуре Pd/Fe/Ir [24].

Наряду со взаимодействием ДМ существует и другой механизм нарушения киральной симметрии ферромагнетиков, связанный с магнитостатическим взаимодействием [16,84]. Для иллюстрации этого механизма рассмотрим два магнитных диполя, расположенных над иде-



Рисунок 1.11. Схематическое изображение двух магнитных диполей над идеальным (a) парамагнетиком (I) и (b) сверхпроводником (II). Пунктирными стрелками показаны диполи изображения

альным парамагнетиком ($\mu_{\rm PM} \rightarrow +\infty$, рис. 1.11 а) и сверхпроводником ($\mu_{\rm SC} \rightarrow 0$, рис. 1.11 b), где $\mu_{\rm PM}$ и $\mu_{\rm SC}$ — магнитные проницаемости парамагнетика и сверхпроводника соответственно. Тогда в случае парамагнетика (сверхпроводника) на границе раздела обращается в нуль тангенциальная (нормальная) компонента магнитного поля. Удовлетворить этим граничным условиям можно, вводя диполи изображения так, как показано на рис. 1.11. Магнитные поля, индуцированные этими диполями изображения, приводят к неколлинеарному основному состоянию. В случае парамагнетика основным является состояние с вращением магнитного момента «по часовой стрелке», а в случае сверхпроводника — «против часовой стрелки». Учет конечности глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник и конечности магнитной восприимчивости парамагнетика приводят к уменьшению эффекта, но не к его исчезновению. В работах [16,84] были рассчитаны энергии магнитных циклоид в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник, а также продемонстрировано нарушение киральной симметрии. Отметим, что знак киральности оказывается различным для случаев парамагнетика и сверхпроводника.

1.3.2. Нарушение симметрии по отношению к обращению времени. Невзаимность спиновых волн

Невзаимность спиновых волн заключается в зависимости их характеристик (частоты, амплитуды, времени жизни и т.д.) от знака волнового вектора. Обычно спиновые волны, распространяющиеся в объеме ферромагнетика, являются взаимными. Приведем простой симметрийный агрумент, подтверждающий это утверждение [127]. Рассмотрим сначала спиновую волну, распространяющуюся в безграничном ферромагнетике и имеющую волновой вектор $\mathbf{q} = (q_x, q_y)$, а внешнее магнитное поле **H** направлено по оси z (рис. 1.12 a). Применим операцию отражения относительно плоскости x = 0. В результате такого преобразования волновой вектор **q** перейдет в $(-q_x, q_y)$, а направление магнитного поля изменится на противоположное (рис. 1.12 b). Можно вернуть систему в первоначальное состояние, но с противоположным волновым вектором $(-\mathbf{q})$, совершив отражение относительно плоскости y = 0(рис. 1.12 с). Таким образом, объемная спиновая волна с произвольно заданным волновым вектором q, является взаимной: ее характеристики не должны зависеть от знака волнового вектора. Не так обстоит дело, если спиновая волна является поверхностной (рис. 1.12 d). В этом случае после отражения системы сначала в плоскости x = 0 (рис. 1.12 e), а затем в плоскости y = 0 (рис. 1.12 f), волновой вектор меняется на противоположный, однако система не совмещается сама с собой. Таким образом, поверхностные волны являются невзаимными: их характеристики должны зависеть от знака волнового вектора. Так, в работе [128] было показано, что поверхностные спиновые волны, распространяющиеся в ферромагнитной пленке, невзаимны по амплитуде: спиновая волна, распространяющаяся вдоль данной поверхности с волновым вектором q, имеет конечную амплитуду; при изменении q на -q амплитуда становится равной нулю.

Феноменологически, невзаимность спиновых волн, связанную с наличием поверхности, можно описать скаляром, построенным на тройке векторов **H**, **q** и **n**. Так, частотная невзаимность в однородно намагниченном ферромагнетике связана с появлением слагаемого, нарушающего симметрию спектра ω по отношению к обращению времени⁵:

$$\omega(\mathbf{q}) = \dots + \frac{a}{2} \left(\mathbf{q} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{H}) \right) + \dots, \qquad (1.54)$$

⁵Отметим, что речь идет о «локальном» обращении времени, при котором только волновой вектор **q** меняет знак. Если понимать обращение времени в «глобальном смысле», когда меняют знаки векторы **q** и **H**, то симметрия не нарушена



Рисунок 1.12. Иллюстрация (a-c) объемных и (d-f) поверхностных спиновых волн, распространяющиеся в ферромагнетике [127]. (a, d) начальные конфигурации,
(b, e) результаты отражения в плоскости x = 0, (c, f) результаты последующего отражения в плоскости y = 0

где *a* — постоянная, которая, вообще говоря, может зависеть от *q*. Заметим, что это слагаемое существует только в пленках с асимметричными границами (в противном случае вектор **n** не может быть выделен). Асимметрия границ пленки достигается, например, путем нанесения на одну из них металлического слоя с толщиной, сравнимой с глубиной скин-слоя [129, 130]. В такой системе частотная невзаимность возникает в результате магнитостатического взаимодействия спиновой волны с индуцируемым ею током проводимости в металле.

Нарушение киральной симметрии также приводит к частотной невзаимности спиновых волн. Это обстоятельство связано с зависимостью киральности «мгновенной фотографии» спиновой волны от направления волнового вектора **q** (рис. 1.13). Так, в структуре ферромагнетик/тяжелый металл разность частот встречных волн (частотный сдвиг) пропорциональна постоянной ДМ [23], т.е.

$$\Delta \omega = \omega(\mathbf{q}) - \omega(-\mathbf{q}) = 4\gamma_g D\left(\mathbf{q} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{M}_0)\right), \qquad (1.55)$$

где $\gamma_g > 0$ — гиромагнитное отношение, \mathbf{M}_0 — невозмущенная однородная намагниченность, а **n** направлена в сторону ферромагнитной пленки. Явление частотной невзаимности используют, в частности, для экспериментального измерения постоянной D при помощи мандельштам-бриллюэновской спектроскопии [23, 127].

Поскольку магнитостатическое взаимодействие в системах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник приводит к нарушению киральной симметрии, то спиновые волны в таких структурах также должны быть невзаимны. Так,



Рисунок 1.13. Зависимость киральности «мгновенной фотографии» спиновой волны в однородно намагниченной ферромагнитной пленке от направления волнового вектора **q**.

Стрелками изображены отклонения намагниченности от направления поля

в работе [88] при помощи моделирования был получен спектр спиновых волн в структуре ферромагнетик/сверхпроводник (рис. 1.14 а); продемонстрирована частотная невзаимность. Авторы считали, что сверхпроводник идеальный, и использовали метод изображений. В работе [99] были рассчитаны спектры спиновых волн для системы двух дипольно-связанных ферромагнетиков, намагниченности которых антипараллельны (рис. 1.14 b). Такая система подобна структуре ферромагнетик/парамагнетик. Отметим, что как видно из рис. 1.14, частотный сдвиг $\Delta \omega$ имеет разный знак для этих двух систем, что говорит о различном знаке киральности, поддерживаемой магнитостатическим взаимодействием.



Рисунок 1.14. Спектры невзаимных спиновых волн (a) в структуре ферромагнетик/сверхпроводник [88] и (b) в системе ферромагнетиков с антипараллельными намагниченностями [99]

Обменное усиление магнитокалорического эффекта в многослойной структуре ферромагнетик/парамагнетик

В настоящей Главе описано теоретическое исследование МКЭ в многослойной структуре ферромагнетик/парамагнетик в рамках теории Ландау фазовых переходов второго рода. В рассматриваемой структуре эффект близости (намагничивание парамагнетика) приводит к обменному усилению МКЭ. По результатам этого исследования опубликованы работы [A1, A2].

2.1. Структура ферромагнетик/парамагнетик

Прежде чем перейти к исследованию МКЭ в трехслойной структуре ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик, полезно изучить, как происходит намагничивание парамагнетика в случае одной границы раздела. Пусть ось z перпендикулярна границе, которая совпадает с плоскостью z = 0 (рис. 2.1). В силу предполагаемой однородности и изотропности структуры в плоскостях, параллельных границе раздела, намагниченность парамагнетика **m** будет зависеть только от координаты z. Пусть критическая температура парамагнетика T_c значительно меньше, чем критическая температура ферромагнетика, и $T \approx T_c$ ($T \ge T_c$). В этом случае можно считать, что эффект магнитной близости проявляется только в намагничивании парамагнетика, а размагничиванием ферромагнетика M однородна. В равновесии вектор **M** должен лежать в плоскости, параллельной границе раздела, для минимизации маг-



Рисунок 2.1. Схематическое изображение планарной структуры ферромагнетик/парамагнетик. Здесь *I* — ферромагнитный слой, *II* — парамагнитный слой, **M** — намагниченность ферромагнетика, **m** — намагниченность парамагнетика

нитостатической энергии. В силу предполагаемой изотропности системы и наличия обменной связи на границе, имеем \mathbf{m} || \mathbf{M} . Поверхностная плотность свободной энергии F рассматриваемой системы при $\mathbf{H} = 0$ может быть записана в виде следующего функционала от m(см. формулу (1.12)):

$$F[m] = \int_{0}^{\infty} \left(\frac{l_0^2}{2} \left(\frac{dm}{dz} \right)^2 + \frac{\alpha \tau}{2} m^2 + \frac{\beta}{4m_s^2} m^4 \right) dz + \frac{l_J}{2} \left(m - m_s \right)^2 |_{z=0}.$$
 (2.1)

В формуле (2.1) первое слагаемое (интеграл) представляет собой объемную часть энергии, записанную в рамках теории Ландау. Второе слагаемое описывает обменное взаимодействие на границе раздела, характеризуемое положительной постоянной l_J : энергия такого взаимодействия минимальна, если на границе парамагнетик намагничен до насыщения, и максимальна — если намагниченность равна нулю.

Уравнение, отвечающее экстремуму функционала (2.1), и граничные условия имеют вид

$$\frac{d^2m}{dz^2} - \frac{1}{l^2}m - \frac{\beta}{l_0^2 m_s^2}m^3 = 0,$$
(2.2a)

$$\frac{dm}{dz}|_{z=0} = \frac{l_J}{l_0^2}(m - m_s)|_{z=0},$$
(2.2b)

$$m|_{z \to +\infty} = 0, \tag{2.2c}$$

где введено обозначение $l = l_0/\sqrt{\alpha \tau}$ для корреляционной длины. Первое граничное условие получается непосредственно при минимизации свободной энергии F, второе следует из



Рисунок 2.2. Зависимост
иm(z)для двухслойной структуры ферромагнетик/Gd пр
и $T-T_c=0.5~{\rm K}$ и различных постоянных межслоевого обмен
а l_J

физических соображений. Уравнение (2.2а) можно свести к уравнению первого порядка, т.е.

$$\left(\frac{dm}{dz}\right)^2 - \frac{1}{l^2}m^2 - \frac{\beta}{2l_0^2m_s^2}m^4 = \text{const.}$$
(2.3)

Здесь const = 0, поскольку $m|_{z\to+\infty} = dm/dz|_{z\to+\infty} = 0$. Интегрируя последнее уравнение, приходим к следующему результату:

$$m(z) = \sqrt{\frac{2\alpha\tau}{\beta}} \frac{m_s}{\operatorname{sh}\left(\frac{z+z_0}{l}\right)}.$$
(2.4)

Положительная постоянная z_0 определяется из следующего уравнения, которое следует из граничного условия (2.2b):

$$\operatorname{sh}^{2}\left(\frac{z_{0}}{l}\right) - \sqrt{\frac{2\alpha\tau}{\beta}}\left(\operatorname{sh}\left(\frac{z_{0}}{l}\right) + \frac{l_{0}\sqrt{\alpha\tau}}{l_{J}}\sqrt{1 + \operatorname{sh}^{2}\left(\frac{z_{0}}{l}\right)}\right) = 0.$$

$$(2.5)$$

Если $l_J \gg l_0(\beta/2)^{1/2}$, то $\operatorname{sh}(z_0/l) \approx (2\alpha \tau/\beta)^{1/2}$. Тогда намагниченность парамагнетика на границе раздела достигает насыщения, т.е. $m(0) \approx m_s$. В обратном предельном случае $(l_J \ll l_0(\beta/2)^{1/2})$ имеем $m(0) \ll m_s$. При $T = T_c$ корреляционная длина l стремится к бесконечности, и закон спадания намагниченности становится степенным:

$$m = \sqrt{\frac{2}{\beta}} m_s \frac{l_0}{z + z_0}.$$
 (2.6)

На рис. 2.2 изображены профили намагниченности парамагнетика m для структуры ферромагнетик/Gd при $T - T_c = 0.5$ K и различных постоянных межслоевого обмена l_J .

Таким образом, мы получили условие, при выполнении которого намагниченность парамагнетика достигает насыщения на границе раздела: постоянная межслоевого обменного взаимодействия должна быть много больше некоторой характерной величины, т.е. $l_J \gg l_0 (\beta/2)^{1/2}$. Это условие выполняется в структуре Fe/Gd, в которой поверхностная обменная энергия составляет 40 эрг/см² [131]. Несколько более подробно этот вопрос будет рассмотрен в следующем Разделе.

2.2. Структура ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик

Перейдем теперь Κ рассмотрению трехслойной структуры ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик. Пусть ось z перпендикулярна границам раздела, а начало системы координат выбрано в центре парамагнитной прослойки (рис. 2.3). Все предположения, принятые в предыдущем Разделе, справедливы и здесь. Мы будем рассматривать два случая взаимной ориентации намагниченностей свободного $(\mathbf{M}_{\rm f})$ и закрепленного $(\mathbf{M}_{\rm p})$ ферромагнитных слоев: параллельную (↑↑, рис. 2.3 а) и антипараллельную (↑↓, рис. 2.3 b). При этом предполагается, что ферромагнетики одинаковые, и $M_{\rm f}=M_{\rm p}\equiv M.$ В эксперименте закрепление ферромагнитного слоя может быть достигнуто, например, за счет эффекта обменного смещения [64]. Переход от параллельной к антипараллельной взаимной ориентации векторов M_f и M_p осуществляется посредством приложения внешнего магнитного поля **H** (рис. 2.3 b). Аналогично (2.1), поверхностная плотность свободной энергии рассматриваемой трехслойной структуры может быть записана в следующем виде:

$$F[m] = \int_{-d/2}^{d/2} \left(\frac{l_0^2}{2} \left(\frac{dm}{dz} \right)^2 + \frac{\alpha \tau}{2} m^2 + \frac{\beta}{4m_s^2} m^4 \right) dz + \frac{l_J}{2} (m - \sigma m_s)^2 |_{z=-d/2} + \frac{l_J}{2} (m - m_s)^2 |_{z=d/2},$$
(2.7)

где d — толщина парамагнитной прослойки. Под m теперь понимается проекция намагниченности на направление вектора $\mathbf{M}_{\rm p}$. Параметр σ отличает случаи параллельной и антипараллельной взаимной ориентации намагниченностей ферромагнитных слоев: при параллельной ориентации $\sigma = 1$, а при антипараллельной — $\sigma = -1$. Отметим, что в силу малости внешнего магнитного поля по сравнению с обменными полями, возникающими на границах раздела, мы пренебрегаем членом — $(\mathbf{H} \cdot \mathbf{m})$ под знаком интеграла в формуле (2.7). В силу симметрии системы относительно плоскости z = 0, имеем $\mathbf{m} || \mathbf{M}_{\rm p}$ при z > 0 и $\mathbf{m} || \mathbf{M}_{\rm f}$ при z < 0. Из симметрийных соображений также следует, что при $\sigma = 1$ намагниченность прослойки будет максимальна, а при $\sigma = -1$ — минимальна. При этом в последнем случае распределение намагниченности прослойки имеет сходство с линейной доменной стенкой [132, 133].

Уравнение, отвечающее экстремуму функционала (2.7), совпадает с уравнением (2.2а), а граничные условия принимают вид

$$\frac{dm}{dz}|_{z=d/2} = -\frac{l_J}{l_0^2}(m-m_s)|_{z=d/2},$$
(2.8a)



Рисунок 2.3. Схематическое изображение планарной структуры ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик для случаев (а) параллельной и (b) антипараллельной ориентаций намагниченностей ферромагнитных слоев. Здесь *I* ферромагнитный слой, *II* — парамагнитный слой, **M**_f — намагниченность свободного ферромагнитного слоя, **M**_p — намагниченность закрепленного ферромагнитного слоя, **H** внешнее магнитное поле. Сплошными линиями показаны профили намагниченности прослойки *m*_{↑↑}(*z*) и *m*_{↑↓}(*z*)

$$\frac{dm}{dz}|_{z=-d/2} = \frac{l_J}{l_0^2} (m - \sigma m_s)|_{z=-d/2}.$$
(2.8b)

В общем случае решения уравнения (2.2a) можно выразить через эллиптические функции Якоби [134]. Будем искать решения для случаев параллельной и антипараллельной взаимных ориентаций намагниченностей ферромагнитных слоев в следующем виде:

$$m_{\uparrow\uparrow}(z) = a_{\uparrow\uparrow} m_s \frac{1}{\operatorname{cn}\left(\frac{c_{\uparrow\uparrow}z}{l}, k_{\uparrow\uparrow}\right)},\tag{2.9a}$$

$$m_{\uparrow\downarrow}(z) = \frac{a_{\uparrow\downarrow}m_s}{c_{\uparrow\downarrow}} \operatorname{sn}\left(\frac{c_{\uparrow\downarrow}z}{l}, k_{\uparrow\downarrow}\right).$$
(2.9b)

Здесь sn (u, k) и cn (u, k) — эллиптические синус и косинус, $a_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}$, $c_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}$ — положительные постоянные, $k_{\uparrow\uparrow}$ и $k_{\uparrow\downarrow}$ — эллиптические модули. Поскольку $m_{\uparrow\uparrow}(0) = a_{\uparrow\uparrow}m_s$ и $dm_{\uparrow\downarrow}/dz|_{z=0} = a_{\uparrow\downarrow}m_s/l$, то $a_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)} \ge 0$. После подстановки $m_{\uparrow\uparrow}$ и $m_{\uparrow\downarrow}$ в уравнение (2.2a), находим

$$k_{\uparrow\uparrow} = \sqrt{\frac{2\eta_{\uparrow\uparrow} + 1}{2(\eta_{\uparrow\uparrow} + 1)}}, \ c_{\uparrow\uparrow} = \sqrt{\frac{\eta_{\uparrow\uparrow} + 1}{\eta_{\uparrow\uparrow}}}, \ \eta_{\uparrow\uparrow} = \frac{\alpha\tau}{\beta a_{\uparrow\uparrow}^2},$$
(2.10a)

$$k_{\uparrow\downarrow}^2 = \eta_{\uparrow\downarrow} - 1 + \sqrt{\left(\eta_{\uparrow\downarrow} - 1\right)^2 - 1}, \ c_{\uparrow\downarrow} = \frac{i}{\sqrt{k_{\uparrow\downarrow}^2 + 1}}, \ \eta_{\uparrow\downarrow} = \frac{\alpha\tau}{\beta a_{\uparrow\downarrow}^2}, \tag{2.10b}$$

здесь i — мнимая единица. Мы выразили $k_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}$ и $c_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}$ через постоянные $a_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}$, которые в дальнейшем будут определяться численно из граничных условий (2.8a) и (2.8b).

Получим теперь более простые, но приближенные решения уравнения (2.2а). В случае параллельной ориентации намагниченностей ферромагнитных слоев представим намагниченность прослойки $m_{\uparrow\uparrow}$ в виде $m_{\uparrow\uparrow}(z) = m_0 + \delta m(z), \ \delta m(0) = 0, \ \delta m \ll m_0$. Здесь m_0 — постоянная, $\delta m(z)$ — функция координаты z. В линейном приближении по δm уравнение (2.2а) примет вид

$$\delta m'' - \varkappa^2 (\delta m + \delta m_0) = 0, \qquad (2.11)$$

где $\varkappa^2 = (\alpha \tau + 3\beta m_0^2/m_s^2)/l_0^2$, $\delta m_0 = m_0(\alpha \tau m_s^2 + \beta m_0^2)/(\alpha \tau m_s^2 + 3\beta m_0^2)$. Решением этого уравнения является функция

$$\delta m(z) = \delta m_0 \left(\operatorname{ch} \varkappa z - 1 \right). \tag{2.12}$$

Граничные условия (2.8a) и (2.8b) позволяют численно определить m_0 . Если намагниченности ферромагнитных слоев антипараллельны, то при выполнении условия $\beta m_{\uparrow\downarrow}^2/(\alpha \tau m_s^2) \ll 1$ можно пренебречь нелинейным слагаемым в уравнении (2.2a). С учетом граничных условий получим

$$m_{\uparrow\downarrow}(z) = \frac{ll_J m_s}{l_0^2 \operatorname{ch} \frac{d}{2l} + ll_J \operatorname{sh} \frac{d}{2l}} \operatorname{sh} \frac{z}{l}.$$
(2.13)

Приближенное решение (2.13) можно также получить из формулы (2.9b), формально устремляя β к нулю.

Оценим феноменологические параметры теории Ландау, используя ее связь с теорией молекулярного поля (см. Раздел 1.1.2). В качестве материала прослойки выберем Gd, являющийся эталонным магнитокалорическим материалом. Известно (см., например, [131]), что материальные параметры для тонких пленок (единицы–десятки нанометров) отличаются от аналогичных параметров объемных материалов. Для пленки Gd с толщиной 5 нм известно: $m_s = 1150$ эрг Гс⁻¹см⁻³, $T_c = 200$ K, $\mathcal{J} = 7/2$, g = 2 [131], откуда $\mathcal{C} \approx 0.23$ K (см. формулу (1.23)). Постоянные α и β были оценены по формулам (1.25): $\alpha \approx 870$, $\beta \approx 420$. Обменная длина l_0 оценена по формуле: $l_0 = (\Lambda \zeta)^{1/2} a_0 \approx 5.1$ нм, при $a_0 = 3$ Å, $\zeta = 0.33$. Известно, что сильная межслоевая обменная связь достигается при контакте Gd с Fe. Так, в работе [131] путем подгонки теории под экспериментальные измерения (магнитометрия и ферромагнитный резонанс) была определена поверхностная обменная энергия E_s в сверхрешетке Fe/Gd, которая составила 40 эрг/см². Тогда постоянную l_J можно оценить как $l_J \sim E_s/(m_s m_s^{\text{Fe}}) \approx 280$ нм, где намагниченность насыщения слоя железа $m_s^{\text{Fe}} \approx 1270$ эрг Гс⁻¹см⁻³ [131]. Полученная величина l_J примерно в 4 раза превосходит величину $l_0(\beta/2)^{1/2}$, это означает появление значительной намагниченности на границе раздела Gd и Fe (см. рис. 2.2).

На рис. 2.4 изображены зависимости $m_{\uparrow\uparrow}(z)$ и $m_{\uparrow\downarrow}(z)$ при различных толщинах прослойки d и различных температурах T для структуры Fe/Gd/Fe. Сплошными линиями изображены точные решения (2.9a) и (2.9b), пунктирными — соответствующие приближенные решения (2.12) и (2.13). Точками изображены результаты расчета по теории молекулярного поля [A2], выполненного А. Б. Дровосековым (см. Раздел 1.1.2). Можно видеть, что приближенные решения работают тем лучше, чем меньше толщина прослойки и чем больше температура системы (последнее справедливо для случая параллельной ориентации намагниченностей ферромагнитных слоев). Однако, в целом сходство приближенного и точного решений для прослойки Gd сложно назвать удовлетворительным, что оправдывает использование точных решений для дальнейших расчетов. Можно также видеть, что между теорией Ландау и теорией молекулярного поля существует достаточно хорошее согласие. Расхождения, однако, увеличиваются по мере возрастания намагниченности прослойки, поскольку начинает сказываться отсутствие отброшенных слагаемых более высоких порядков в свободной энергии (2.7).

Вычислим средний по толщине прослойки квадрат намагниченности, т.е.

$$\overline{m^2}_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} m^2_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)} dz.$$
(2.14)

Этой величине, как будет показано далее, пропорциональна энтропия системы. Расчет по формуле (2.14) для случаев параллельной и антипараллельной ориентаций намагниченностей ферромагнитных слоев приводит к следующим результатам:

$$\overline{m^2}_{\uparrow\uparrow} = \frac{2la_{\uparrow\uparrow}^2 m_s^2}{c_{\uparrow\uparrow\uparrow}^0 d} \operatorname{E}\left(\operatorname{am}\left(\frac{c_{\uparrow\uparrow\uparrow}^0 d}{2l}, k_{\uparrow\uparrow}^0\right), k_{\uparrow\uparrow\uparrow}^0\right), \quad (2.15a)$$

$$\overline{m^2}_{\uparrow\downarrow} = \frac{a_{\uparrow\downarrow}^2 m_s^2}{c_{\uparrow\downarrow}^2 k_{\uparrow\downarrow}^2} \left(1 - \frac{2l}{c_{\uparrow\downarrow} d} \operatorname{E}\left(\operatorname{am}\left(\frac{c_{\uparrow\downarrow} d}{2l}, k_{\uparrow\downarrow}\right), k_{\uparrow\downarrow}\right) \right), \qquad (2.15b)$$



Рисунок 2.4. Зависимости m_{↑↑}(z) при (a) T = T_c, (b) T - T_c = 10 K и m_{↑↓}(z) при (c) T = T_c,
(d) T - T_c = 10 K для различных толщин прослойки d в структуре Fe/Gd/Fe. Сплошными линиями изображены точные решения (2.9a) и (2.9b), пунктирными — приближенные решения (2.12) и (2.13). Точками изображены результаты расчетов по теории молекулярного поля [A2]

где E(u, k) и am(u, k) — эллиптический интеграл второго рода и амплитуда эллиптического интеграла первого рода соответственно [134],

$$k^{0}_{\uparrow\uparrow} = \sqrt{2(\eta_{\uparrow\uparrow} + 1)}, \ c^{0}_{\uparrow\uparrow} = \frac{i}{\sqrt{2\eta_{\uparrow\uparrow}}}.$$
 (2.16)

На рис. 2.5 изображены зависимости средних намагниченностей $\overline{m}_{\uparrow\uparrow}$ и $\overline{m}_{\uparrow\downarrow}$ $\left(\overline{m} = \sqrt{\overline{m^2}}\right)$ от температуры для различных толщин прослойки. Мы видим, что $\overline{m}_{\uparrow\uparrow} \ge \overline{m}_{\uparrow\downarrow}$. Таким образом, при переключении взаимной ориентации намагниченностей с параллельной до антипараллельной энтропия системы будет увеличиваться, пока $\overline{m}_{\uparrow\uparrow} > \overline{m}_{\uparrow\downarrow}$.

Остановимся подробней на вопросе о равновесной конфигурации намагниченностей ферромагнитных слоев в условии отсутствия внешнего магнитного поля. Казалось бы, возможно существование критической толщины парамагнитной прослойки d_c при данной темпе-



Рисунок 2.5. Зависимости $\overline{m}_{\uparrow\uparrow}(T)$ и $\overline{m}_{\uparrow\downarrow}(T)$ в структуре Fe/Gd/Fe при (a) d = 3 нм, (b) d = 5 нм, (c) d = 7 нм, (d) d = 15 нм

ратуре, такой, что при $d < d_c$ будет реализовываться параллельная ориентация намагниченностей ферромагнитных слоев, а при $d > d_c$ — антипараллельная. Действительно, при параллельной ориентации намагниченностей поверхностная обменная энергия будет меньше, чем при антипараллельной ориентации. С другой стороны, будет больше вклад в свободную энергию из-за большей намагниченности в объеме прослойки. Конкуренция этих двух вкладов может приводить к наличию критической толщины. Покажем, что это не так. Используя уравнение (2.2a), граничные условия (2.8a) и (2.8b), а также тождество $(dm/dz)^2 = d(m dm/dz)/dz - m d^2m/dz^2$, получим выражение для экстремального значения поверхностной плотности свободной энергии (2.7)

$$F = -\frac{\beta}{4m_s^2} \int_{-d/2}^{d/2} m^4 dz + l_J m_s \left(m_s - m |_{z=d/2} \right), \qquad (2.17)$$

где также было использовано $m|_{z=-d/2} = \sigma m|_{z=d/2}$. Полученная формула применима как для параллельной, так и для антипараллельной ориентаций намагниченностей ферромагнитных слоев. Можно видеть, что оба слагаемых в *F* будут тем меньше, чем больше *m*. Тогда энергетически выгодна параллельная ориентация намагниченностей ферромагнитных слоев. В случае очень толстой прослойки свободная энергия *F* не будет зависеть от взаимной ориентации намагниченностей. Таким образом, критическая толщина отсутствует.

Оценим поле переключения H_{sw} , которое необходимо приложить к системе для изменения взаимной ориентации намагниченностей ферромагнитных слоев с параллельной до антипараллельной. Для этого введем поверхностную плотность эффективной свободной энергии F_{eff} двух ферромагнитных слоев с намагниченностями M_f и M_p , взаимодействующих через парамагнитную прослойку:

$$F_{\text{eff}} = -J_{\text{eff}}(\mathbf{M}_{\text{f}} \cdot \mathbf{M}_{\text{p}}) + 2\pi d_{\text{f}}(\mathbf{M}_{\text{f}} \cdot \hat{\mathbf{z}})^2 - d_{\text{f}}(\mathbf{M}_{\text{f}} \cdot \mathbf{H}).$$
(2.18)

Здесь $d_{\rm f}$ — толщина свободного слоя. Первое слагаемое представляет собой энергию эффективного обменного взаимодействия между ферромагнитными слоями, второе слагаемое описывает анизотропию формы ($\hat{\mathbf{z}}$ — орт декартовой системы координат), третье — взаимодействие намагниченности свободного слоя с внешним полем. Постоянную эффективного обменного взаимодействия $J_{\rm eff}$ можно определить, приравнивая $\Delta F = F_{\uparrow\downarrow} - F_{\uparrow\uparrow} \ge 0$ и соответствующую разность эффективного взаимодействия $-J_{\rm eff}(\mathbf{M}_{\rm f} \cdot \mathbf{M}_{\rm p})$: $J_{\rm eff} = \Delta F/(2M^2)$. Минимизируя $F_{\rm eff}$ по углу между $\mathbf{M}_{\rm f}$ и $\mathbf{M}_{\rm p}$, находим, $H_{\rm sw} = J_{\rm eff}M/d_{\rm f} = \Delta F/(2Md_{\rm f})$. На рис. 2.6 изображены температурные зависимости поля переключения $H_{\rm sw}$ для различных толщин парамагнитной прослойки в структуре Fe/Gd/Fe при $d_{\rm f} = 3.5$ нм. Мы видим, что даже в случае тонкой прослойки (d = 3 нм) поле переключения составляет всего несколько сотен эрстед. Это поле на пять порядков меньше обменного поля, создаваемого на границе раздела Fe и Gd.

Перейдем теперь к вычислению энтропии единицы объема прослойки $s = -(\partial F/\partial T)_V/d$. Дифференцируя свободную энергию (2.7) по температуре, используя формулы (2.2a), (2.8a) и (2.8b), получим

$$s_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)} = -\frac{\alpha m^2_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}}{2T_c}.$$
(2.19)

Тогда изотермическое изменение магнитной энтропии при переключении взаимной ориентации намагниченностей ферромагнитных слоев с параллельной до антипараллельной будет иметь следующий вид:

$$\Delta s = s_{\uparrow\downarrow} - s_{\uparrow\uparrow} = \frac{\alpha}{2T_c} \left(\overline{m^2}_{\uparrow\uparrow} - \overline{m^2}_{\uparrow\downarrow} \right).$$
(2.20)



Рисунок 2.6. Температурные зависимости поля переключения $H_{\rm sw}$ при различных толщинах парамагнитной прослойки d в структуре Fe/Gd/Fe

Отметим, что формула (2.20) совпадает с формулой (1.42) с точностью до замены квадрата намагниченности на средний квадрат. На рис. 2.7 сплошными линиями изображены зависимости Δs при различных толщинах парамагнитной прослойки d в структуре Fe/Gd/Fe. Точками изображены расчеты по теории молекулярного поля [A2]. Можно видеть, что теории хорошо согласуются между собой. Однако, при d = 3 нм наблюдаются некоторые расхождения, связанные со значительным увеличением намагниченности прослойки при малых толщинах.

Оценим адиабатическое изменение температуры ΔT , которое может быть достигнуто в рассматриваемой системе. Согласно формуле (1.45), $\Delta T \propto \Delta s$, где коэффициент пропорциональности зависит от полной теплоемкости системы C_V . Численные расчеты магнитного вклада $c_V = T(\partial s/\partial T)_V$ в теплоемкость прослойки показывают, что этим вкладом можно пренебречь по сравнению с теплоемкостью решетки c_{lat} , величина которой в окрестности точки перехода прослойки Gd приближается к $c_0 = 3Nk_B/V$ (закон Дюлонга-Пти). С учетом теплоемкости ферромагнитных слоев, имеющих суммарную толщину \mathcal{D} , из формулы (1.45) получим

$$\Delta T \approx -\frac{Td}{(d+\mathcal{D})c_0}\Delta s. \tag{2.21}$$

Если $\mathcal{D}=7$ нм, то при $T=T_c$ для структуры с толщиной прослойки Gd, составляющей 3 нм, получим $\Delta T\approx -0.5$ K.



Рисунок 2.7. Температурные зависимости изотермического изменения магнитной энтропии Δs при различных толщинах парамагнитной прослойки d в структуре Fe/Gd/Fe.

Сплошными линиями изображены расчеты на основе теории Ландау, точками — расчеты на основе теории молекулярного поля [A2]

Обсудим условия применимости теории Ландау для рассматриваемой структуры. В Разделе 1.1.1 было приведено условие на величину внешнего магнитного поля (1.15), при выполнении которого флуктуационный вклад мал даже в точке Кюри. Для тонкой пленки Gd имеем $H \gg 0.5 m_s$. В таком поле равновесная намагниченность превышает $0.1 m_s$. В структуре Fe/Gd/Fe роль магнитного поля выполняют обменные поля, возникающие на границах раздела материалов. Флуктуационный вклад тогда можно считать малым в T_c , если средняя намагниченность прослойки превышает $0.1 m_s$. Расчеты показывают (см. рис. 2.5), что это условие выполняется вплоть до d = 15 нм.

В заключение этой Главы обсудим также условия, при выполнении которых процесс намагничивания и размагничивания прослойки в рассматриваемой структуре можно считать адиабатическим. Для этого, с одной стороны, процесс изменения намагниченности должен происходить достаточно быстро, чтобы теплообмен с внешней средой не успевал происходить. С другой стороны, изменение намагниченности должно происходить достаточно медленно, чтобы температуры магнитной и решеточной подсистем успевали выровняться. Другими словами, время изменения намагниченности прослойки с $m_{\uparrow\uparrow}$ до $m_{\uparrow\downarrow}$ и обратно должно быть меньше времени теплообмена с окружающей средой t_e и больше времени релаксации намагниченности t_r . Убедимся, что это так. Время t_r проще всего оценить из уравнения ЛандауЛифшица (см. формулу (4.11)). Это уравнение описывает прецессию и затухание намагниченности во внешнем поле. Из него следует, что характерное время затухания (релаксации) намагниченности есть $t_r \sim 1/(\alpha_0 \gamma_g m_s) \sim 10^{-8}$ с, где $\alpha_0 \sim 10^{-2}$ — параметр диссипации. Время t_e сильно зависит как от параметров внешней среды, так и от устройства гипотетической холодильной машины, построенной на основе рассматриваемой системы. Будем считать, что в такой холодильной машине в качестве теплоносителя выступает вода. Тогда можно считать, что выравнивание температуры по толщине магнитокалорического материала происходит быстрее, чем теплообмен с теплоносителем. В этом случае процесс теплообмена будет подчиняться уравнению

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{v}{c_0(\mathcal{D}+d)} \left(T - T_0\right), \qquad (2.22)$$

где v — коэффициент теплоотдачи, T_0 — температура теплоносителя. Отсюда время теплообмена $t_e = c_0 (\mathcal{D} + d)/v \sim 10^{-5}$ с при d = 3 нм, $\mathcal{D} = 7$ нм. Таким образом, существует временной интервал для изменения намагниченности системы, в рамках которого процесс можно считать адиабатическим.

2.3. Выводы

В рамках теории Ландау фазовых переходов второго рода рассчитан МКЭ (изотермическое изменение магнитной энтропии Δs) в планарной структуре ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик, в которой ферромагнитные слои за счет эффекта магнитной близости намагничивают парамагнитную прослойку, выступающую в качестве твердотельного хладагента. В структуре Fe/Gd(3 нм)/Fe величина эффекта может достигать больших значений: $\Delta s \approx 1 \cdot 10^5$ эрг K⁻¹ см⁻³, что сравнимо с МКЭ в объемном Gd в поле 10 кЭ ($\approx 2.4 \cdot 10^5$ эрг K⁻¹ см⁻³ [113]). При этом величина магнитного поля H_{sw} , которое необходимо приложить к рассматриваемой системе для достижения такого эффекта, составляет 0.35 кЭ, что почти в 30 раз меньше. Оценка адиабатического изменения температуры $|\Delta T|$ в рассматриваемой системе составляет 0.5 К (в объемном Gd – 3.3 К [113]). В структуре Fe/Gd(3 нм)/Fe эффект магнитной близости приводит к 4-кратному обменному усилению МКЭ (величины Δs). Действительно, изотермическое изменение энтропии отдельной пленки Gd в поле $H_{sw} \approx 0.35$ кЭ составляет 2.3 · 10⁴ эрг K⁻¹ см⁻³ (см. формулу (1.42)), что примерно в 4 раза меньше, чем в структуре Fe/Gd(3 нм)/Fe.

Полученные результаты находятся в хорошем количественном согласии с результатами расчетов по теории молекулярного поля, полученных А. Б. Дровосековым [А2].

Обменное усиление магнитокалорического эффекта в многослойной структуре ферромагнетик/антиферромагнетик

В настоящей Главе описано теоретическое исследование МКЭ в многослойной структуре ферромагнетик/антиферромагнетик в рамках теории Ландау фазовых переходов второго рода. В рассматриваемой структуре эффект близости (подавление порядка в антиферромагнетике) приводит к обменному усилению МКЭ. По результатам этого исследования опубликована работа [A6].

3.1. Структура ферромагнетик/антиферромагнетик

Рассмотрим сначала структуру ферромагнетик/антиферромагнетик. Предполагается, что антиферромагнетик двухподрешеточный, причем граница раздела содержит атомы обеих подрешеток, т.е. является скомпенсированной (рис. 3.1). Для определенности мы будем считать, что ось анизотропии антиферромагнетика, характеризуемая постоянной K_a , перпендикулярна границе (рис. 3.1 с). Отличия от случая параллельного направления легкой оси (рис. 3.1 d) мы обсудим в конце этого Раздела. Как и в Разделе 2.1, мы предполагаем, что рассматриваемая структура однородна и изотропна в плоскостях, параллельных границе; что критическая температура антиферромагнетика T_N значительно меньше, чем критическая температура граничащего с ним ферромагнетика, и $T \approx T_N$ ($T \leq T_N$). Тогда мы снова можем считать, что эффект магнитной близости проявляется только со стороны антиферромагнетика, а размагничиванием ферромагнетика можно пренебречь. Этот эффект состоит в проникновении ферромагнитной корреляции в антиферромагнетик и, как следствие, в подавлении антиферромагнитного порядка.

Мы будем рассматривать случаи двух направлений намагниченности ферромагнетика **M** относительно легкой оси антиферромагнетика: перпендикулярное (\perp , рис. 3.1 a) и параллельное (\parallel , рис. 3.1 b). Исходя из аналогии с объемным антиферромагнетиком, находящимся во внешнем однородном магнитном поле (см. рис. 1.5 и формулы (1.33a) и (1.33b)), мы можем заключить, что в первом случае подавление антиферромагнитного порядка в рассматриваемой структуре будет минимально, а во втором — максимально. Переход от перпендикулярного направления к параллельному осуществляется посредством приложения внешнего магнитного поля **H** (рис. 3.1 b).

В рамках теории Ландау фазовых переходов второго рода поверхностная плотность свободной энергии рассматриваемой системы может быть представлена в виде суммы объемного F_v и поверхностного F_s вкладов (см. формулу (1.39)), т.е. $F = F_v + F_s$, где

$$F_v = \int_0^\infty \left(\frac{\gamma}{2} \left(\frac{d\mathbf{L}}{dz} \right)^2 + \frac{\alpha \tau}{2} \mathbf{L}^2 + \frac{\beta}{4m_s^2} \mathbf{L}^4 + \frac{K_a}{2} \left(L_x^2 + L_y^2 \right) \right) dz, \qquad (3.1a)$$

$$F_s = \int_0^\infty \left(\frac{\gamma_0}{2} \left(\frac{d\mathbf{m}}{dz} \right)^2 + \frac{\mathbf{m}^2}{2\chi} + \frac{\Delta}{2} \left(\mathbf{m} \cdot \mathbf{L} \right)^2 + \frac{\delta}{2} \mathbf{m}^2 \mathbf{L}^2 \right) dz - J \left(\mathbf{m} \cdot \mathbf{M} \right) |_{z=0}.$$
 (3.1b)

Здесь J — постоянная межслоевого обмена. Скомпенсированность границы отражена в слагаемом $J(\mathbf{m} \cdot \mathbf{M})|_{z=0}$. Поскольку $\mathbf{m} = \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2$, то обменное взаимодействие на границе раздела происходит с векторами обеих подрешеток. Будем считать, что пространственный масштаб у **L** значительно больше, чем у **m**, что всегда может быть выполнено в окрестности T_N . Тогда после вычисления **m** и подстановки в формулу (3.1b), получаем (см. Приложение A)

$$F_s \approx \frac{\chi^{3/2} J^2}{4\gamma_0^{1/2}} \left(\delta \mathbf{M}^2 \mathbf{L}^2 + \Delta \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{L} \right)^2 \right) |_{z=0}, \tag{3.2}$$

где было отброшено несущественное постоянное слагаемое. Сравнивая энергии (3.2) и (1.32), находим, что влияние ферромагнитного слоя сводится к воздействию эффективного поверхностного поля $H^s_{\text{eff}} = JM/[(2d)^{1/2}(\gamma_0\chi)^{1/4}]$, где d — толщина антиферромагнетика.

Пусть вектор **L** может меняться как по модулю, так и по направлению (например, в плоскости xz), т.е.

$$\mathbf{L}(z) = L(z) \left[\hat{\mathbf{z}} \cos \Theta(z) + \hat{\mathbf{x}} \sin \Theta(z) \right], \qquad (3.3)$$



Рисунок 3.1. Схематическое изображение планарной структуры ферромагнетик/антиферромагнетик при (а) перпендикулярном и (b) параллельном направлении намагниченности ферромагнетика **M** относительно легкой оси антиферромагнетика. Здесь *I* — ферромагнитный слой, *II* — антиферромагнитный слой.

Сплошными линиями показаны профили параметра порядка L(z). Конфигурации намагниченностей подрешеток \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_2 изображены для случаев (с) перпендикулярного и

(d) параллельного направления легкой оси относительно границы раздела

где $\Theta(z)$ — угол между $\mathbf{L}(z)$ и осью z. Тогда вклады F_v и F_s в свободную энергию F примут следующий вид:

$$F_v = \int_0^\infty \left\{ \frac{\gamma}{2} \left[\left(\frac{dL}{dz} \right)^2 + L^2 \left(\frac{d\Theta}{dz} \right)^2 \right] + \frac{\alpha \tau}{2} L^2 + \frac{\beta}{4m_s^2} L^4 + \frac{K_a}{2} L^2 \sin^2 \Theta \right\} dz,$$
(3.4a)

$$F_s = \frac{\chi^{3/2} J^2 M^2}{4\gamma_0^{1/2}} L^2 \left(\delta + \Delta \cos^2 \left(\Theta - \phi\right) \right) |_{z=0}, \tag{3.4b}$$

где ϕ — угол между **М** и осью *z*. Варьируя свободную энергию *F* по *L* и Θ , получим следующую систему уравнений и граничных условий:

$$\frac{d^2L}{dz^2} + \left(\frac{1}{l_c^2} - \left(\frac{d\Theta}{dz}\right)^2 - \frac{1}{l_d^2}\sin^2\Theta\right)L - \frac{\beta}{\gamma m_s^2}L^3 = 0,$$
(3.5a)

$$L^{2}\frac{d^{2}\Theta}{dz^{2}} + 2L\frac{dL}{dz}\frac{d\Theta}{dz} - \frac{1}{l_{d}^{2}}L^{2}\sin\Theta\cos\Theta = 0, \qquad (3.5b)$$

$$\frac{dL}{dz}|_{z=0} = \frac{\chi^{3/2} J^2 M^2}{2\gamma \gamma_0^{1/2}} L\left(\delta + \Delta \cos^2\left(\Theta - \phi\right)\right)|_{z=0},\tag{3.5c}$$

$$\frac{d\Theta}{dz}|_{z=0} = -\frac{\chi^{3/2} J^2 M^2 \Delta}{2\gamma \gamma_0^{1/2}} \cos\left(\Theta - \phi\right) \sin\left(\Theta - \phi\right)|_{z=0},\tag{3.5d}$$

где $l_c = (-\gamma/\alpha \tau)^{1/2}$ и $l_d = (\gamma/K_a)^{1/2}$. При $z \to \infty$ угол Θ и модуль L должны достигнуть невозмущенных величин, т.е. $\Theta(z \to \infty) = 0$ и $L(z \to \infty) = L_0$.

Рассмотрим сначала случай, когда намагниченность **M** перпендикулярна легкой оси антиферромагнетика, т.е. $\phi = \pm \pi/2$ (рис. 3.1 а). Тогда $\Theta(z) = 0$, поскольку отклонение **L** от легкой оси приведет к повышению энергии анизотропии и поверхностной энергии за счет слагаемого $\Delta (\mathbf{M} \cdot \mathbf{L})^2$. Решением уравнения (3.5a) при $\Theta = 0$ с учетом граничного условия (3.5c) является

$$L_{\perp}(z) = L_0 \operatorname{th} \frac{z + z_{\perp}}{\sqrt{2} \, l_c}, \ z_{\perp} = \frac{l_c}{\sqrt{2}} \operatorname{arsh} \left(\frac{J_{\perp}}{J}\right)^2, \tag{3.6}$$

где $J_{\perp}^2 = 2^{3/2} \gamma \gamma_0^{1/2} / (\chi^{3/2} M^2 l_c \delta)$. В случае большого межслоевого обмена $(J \gg J_{\perp})$ имеем $L_{\perp}(0) \approx (L_0/2) (J_{\perp}/J)^2 \ll L_0$. В обратном же случае $(J \ll J_{\perp})$ имеем $L_{\perp}(0) \approx L_0 (1 - (J/J_{\perp})^2)$.

Пусть теперь намагниченность **M** параллельна легкой оси, т.е. $\phi = 0, \pi$ (рис. 3.1 b). В этом случае вектор **L** может отклоняться от направления легкой оси, когда энергия, пропорциональная $\Delta (\mathbf{M} \cdot \mathbf{L})^2$, станет равной энергии анизотропии. Будем считать, что отклонение вектора **L** от направления легкой оси мало. Тогда в первом приближении в уравнении (3.5a) можно считать, что $\Theta = 0$, и пространственный масштаб L(z) равен l_c . Будем также считать, что $l_c \gg l_d$, тогда в уравнении (3.5b) можно пренебречь слагаемым, пропорциональным dL/dz. Тогда это уравнение не будет зависеть от L и примет вид

$$\frac{d^2\Theta}{dz^2} - \frac{1}{l_d^2}\sin\Theta\cos\Theta = 0.$$
(3.7)

Учитывая граничное условие (3.5d), находим

$$\cos\Theta(z) = \operatorname{th}\frac{z+z_{\Theta}}{l_d}, \ z_{\Theta} = l_d \operatorname{arth}\left(\frac{J_{\Theta}}{J}\right)^2$$
(3.8)

для $J > J_{\Theta}$, где $J_{\Theta}^2 = 2\gamma \gamma_0^{1/2} / (\chi^{3/2} M^2 l_d \Delta)$. Если $J \leq J_{\Theta}$, то решением уравнения (3.7) является $\Theta = 0$, и **L** меняется только по модулю. Когда $J > J_{\Theta}$, вектор **L** отклоняется от направления легкой оси, так что соз $\Theta(0) = (J_{\Theta}/J)^2$. Тогда условием малости Θ и применимости решения (3.8) является условие $J \approx J_{\Theta}$. Отметим, что в отличие от спин-флопперехода, индуцированного в однородном антиферромагнетике внешним полем, в структуре ферромагнетик/антиферромагнетик отклонение **L** от направления легкой оси происходит на угол, меньший, чем $\pi/2$. При $J \leq J_{\Theta}$ из (3.5a) и (3.5c) следует

$$L_{\parallel}(z) = L_0 \operatorname{th} \frac{z + z_{\parallel}}{\sqrt{2} \, l_c}, \ z_{\parallel} = \frac{l_c}{\sqrt{2}} \operatorname{arsh} \left(\frac{J_{\parallel}}{J}\right)^2, \tag{3.9}$$

где $J_{\parallel}^2 = 2^{3/2} \gamma \gamma_0^{1/2} / (\chi^{3/2} M^2 l_c(\Delta + \delta))$. В случае большого межслоевого обмена $(J \gg J_{\parallel})$ будет $L_{\parallel}(0) \approx (L_0/2) (J_{\parallel}/J)^2 \ll L_0$. В обратном же случае $(J \ll J_{\parallel})$ будет $L_{\parallel}(0) \approx L_0 \left(1 - (J/J_{\parallel})^2\right)$. Отметим, что $(J_{\parallel}/J_{\Theta})^2 \propto l_d/l_c \ll 1$, так что по мере увеличения J значительное уменьшение модуля **L** происходит раньше, чем начинается отклонение **L** от легкой оси.

Оценим параметры теории Ландау для хорошо исследованного антиферромагнитного материала MnF₂. Сравнение с экспериментом [135–138] дает $T_N \approx 67.33$ K, $\alpha/T_N = 1$ K⁻¹, $\mathcal{C} \approx 0.18$ K, $\theta_N \approx 105$ K, $m_s \approx 1184$ эрг K⁻¹ см⁻³, $\beta \approx 1.33$, $\Delta \approx 1.55 \cdot 10^{-4}$ Гс² см⁶/эрг², $\delta \approx 5.40 \cdot 10^{-6}$ Гс² см⁶/эрг², $K_a \approx 2.33$, откуда $H_{\rm sf} \approx 120$ кЭ. Постоянную γ можно оценить на основе равенства энергии k_BT и обменной энергии в точке фазового перехода, т.е. $\gamma \sim k_B T_N/(a_0 m_s^2)$ [116], где a_0 — параметр решетки. Для MnF₂ находим $\gamma^{1/2} \approx 4$ нм. На рис. 3.2 изображены распределения $L_{\perp(\parallel)}(z)$ в MnF₂ для различных значений J и T. Можно видеть, что уже при $J/J_{\perp(\parallel)} = 5$ антиферромагнитный порядок на границе полностью подавлен.

Дифференцируя формулы (3.4a) и (3.4b) по температуре с учетом (3.5a)-(3.5d), найдем объемную плотность энтропии $s = -(\partial F/\partial T)_V/d$:

$$s_{\perp(\parallel)} = -\frac{\alpha}{2T_N} \overline{L^2}_{\perp(\parallel)}, \ \overline{L^2}_{\perp(\parallel)} = \frac{1}{d} \int_0^\infty L^2_{\perp(\parallel)} dz,$$
(3.10)

где $\overline{L^2}_{\perp(\parallel)}$ — средний по толщине квадрат параметра порядка. Тогда изменение энтропии $\Delta s = s_{\parallel} - s_{\perp}$, вызванное изменением ориентации вектора **M** с перпендикулярной до параллельной, примет вид

$$\Delta s = \Delta s_{\max} \left(\frac{L_{\perp}(0)}{L_0} - \frac{L_{\parallel}(0)}{L_0} \right), \qquad (3.11a)$$

$$\Delta s_{\max} = \frac{\alpha}{2T_N} \frac{\sqrt{2} \, l_c \, L_0^2}{d} = \frac{\left(-2\gamma\tau\right)^{1/2} \, \alpha^{3/2} \, m_s^2}{2T_N \beta d}.$$
(3.11b)

Таким образом, Δs определяется разностью значений параметра порядка L на границе раздела. Эта разность будет максимальна, и $\Delta s = \Delta s_{\text{max}}$, если $L_{\perp}(0) \approx L_0$, а $L_{\parallel}(0) \approx 0$, что



Рисунок 3.2. Профили параметра порядка $L_{\perp(\parallel)}(z)$ в структуре ферромагнетик/MnF₂ для различных значениях постоянной межслоевого обмена J при (a) $T_N - T = 0.1$ K и (b) $T_N - T = 0.5$ K

может быть выполнено при $J_{\parallel} \ll J \ll J_{\perp}$. Поскольку $(J_{\parallel}/J_{\perp})^2 = \delta/(\Delta + \delta)$, то во всяком случае должно быть $\Delta \gg \delta$, что выполняется для MnF₂. Подчеркнем также, что формулы (3.11a) и (3.11b) справедливы, когда вектор **L** меняется только по модулю, т.е. $J \leq J_{\Theta}$. При этом $(J_{\perp}/J_{\Theta})^2 \propto (\Delta/\delta) (l_d/l_c)$, т.е. соотношение между J_{\perp} и J_{Θ} может быть любым.

Определим теперь влияние антиферромагнетика на поле переключения граничащего с ним ферромагнетика, которое необходимо приложить для изменения ориентации намагниченности \mathbf{M} с перпендикулярной до параллельной. Для этого сначала заметим, что с учетом (3.5a)-(3.5d) свободную энергию F можно переписать в виде

$$F_{\perp(\parallel)} = -\frac{\beta}{4m_s^2} \int_0^\infty L_{\perp(\parallel)}^4 dz.$$
(3.12)

Для переключения **M** необходимо затратить энергию, равную $\Delta F = F_{\parallel} - F_{\perp}$ ($\Delta F > 0$, поскольку $J_{\perp} > J_{\parallel}$). Из инвариантности энергии (3.2) по отношению к изменению знака **M** следует, что объемную плотность эффективной свободной энергии ферромагнетика, взаимодействующего с антиферромагнетиком, можно записать в виде

$$f_{\text{eff}} = \frac{1}{2} K_{\text{eff}} \left(\mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{z}} \right)^2 + 2\pi \left(\mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{z}} \right)^2 - \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{H} \right), \qquad (3.13)$$

где первое слагаемое описывает эффективную анизотропию типа легкая плоскость, наведенную антиферромагнитным слоем и характеризуемую постоянной $K_{\rm eff} > 0$. Отметим, что эффект обменного смещения отсутствует в силу скомпенсированности границы раздела. Минимизация $f_{\rm eff}$ приводит к следующей зависимости проекции намагниченности на направление поля: $M_H = H/(K_{\rm eff} + 4\pi)$, если $H \leq H_{\rm sw}$, и $M_H = M$, если $H > H_{\rm sw}$, где $H_{\rm sw} = M(K_{\rm eff} + 4\pi)$ — поле переключения. Сравнивая первое слагаемое в формуле (3.13) с энергией (3.12), находим $K_{\rm eff} = 2\Delta F/(M^2 d_{\rm f})$, где $d_{\rm f}$ — толщина ферромагнитного слоя. Поскольку при $J_{\parallel} \ll J \ll J_{\perp}$ будет $\Delta F \approx (2\gamma)^{1/2} (-\alpha \tau)^{3/2} m_s^2/(3\beta)$, то для MnF₂ при $T_N - T \leq 1$ К и $M = 10^3$ эрг Гс⁻¹ см⁻³ будет $K_{\rm eff} \approx 1.1 \ll 4\pi$ даже для достаточно тонкой ($d_{\rm f} = 3.5$ нм) ферромагнитной пленки. Тогда можно пренебречь влиянием взаимодействия с антиферромагнетиком на поле переключения, т.е. $H_{\rm sw} \approx 4\pi M \approx 10$ кЭ.

Наконец, оценим максимальное изотермическое изменение энтропии Δs_{max} для структуры ферромагнетик/MnF₂. При $T_N - T = 1$ К и $d = 5 l_c \approx 20$ нм имеем $\Delta s_{\text{max}} \approx 1.5 \cdot 10^5$ эрг K⁻¹ см⁻³. Покажем, что в рассматриваемой структуре достигается обменное усиление МКЭ. Для этого оценим МКЭ в объемном антиферромагнетике при приложении внешнего поля. Наибольший эффект будет при приложении поля ($H < H_{\text{sf}}$) вдоль легкой оси антиферромагнетика. Соответствующее изотермическое изменение энтропии, $\Delta s(H) = s(H) - s(0)$, имеет следующий вид (см. формулы (1.33a)-(1.33c), (1.35)):

$$\Delta s \approx \frac{\alpha \chi^2 m_s^2 \Delta}{2\beta T_N} H^2, \qquad (3.14)$$

где учтено, что $\Delta \gg \delta$. Тогда для MnF₂ имеем $\Delta s \approx 0.85 \cdot 10^4$ эрг K⁻¹ см⁻³ при H = 10 кЭ. Для сравнения, Δs ферромагнитного Gd при том же поле достигает 2.4 · 10^5 эрг K⁻¹ см⁻³ [113]. Таким образом, в рассматриваемой структуре может быть достигнуто 18-кратное обменное усиление МКЭ по сравнению с отдельным антиферромагнитным слоем, к которому прикладывается поле той же величины. Отметим, что мы не учитывали эффект подавления антиферромагнитного порядка, вызванного приложением внешнего поля, в силу его малости.

Все полученные результаты также справедливы для случая параллельной ориентации легкой оси антиферромагнетика относительно границы раздела (рис. 3.1 d). Отличие будет заключаться только в величине поля переключения $H_{\rm sw}$, поскольку теперь для изменения направления **M** можно прикладывать поле, лежащее в плоскости структуры. Тогда анизотропия формы не будет вносить вклад в поле переключения, и $H_{\rm sw} = MK_{\rm eff} \approx 1.1$ к $\Im \ll 4\pi M$. Поэтому, в случае, изображенном на (рис. 3.1 d), поле переключения значительно меньше при той же величине Δs . Таким образом, мы определили условия, при выполнении которых в структуре ферромагнетик/антиферромагнетик достигается значительная анизотропия эффекта магнитной близости: постоянная межслоевого обмена J должна принадлежать интервалу $J_{\parallel} \ll J \ll J_{\perp}$. Обратим внимание на ключевое отличие рассматриваемой системы от структуры ферромагнетик/парамагнетик: уже в случае одной границы раздела в структуре ферромагнетик/антиферромагнетик присутствует МКЭ.

3.2. Структура ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик

Перейдем теперь к рассмотрению планарной структуры ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик (рис. 3.3). Второй ферромагнитный слой, который, как мы считаем, идентичен первому, необходим только для усиления эффекта магнитной близости. Мы также будем считать, что намагниченности ферромагнитных слоев всегда параллельны между собой, поэтому обозначим их одной буквой **M**. Тогда вклады F_v и F_s в поверхностную плотность свободной энергии F примут следующий вид:

$$F_v = \int_{-d/2}^{d/2} \left(\frac{\gamma}{2} \left(\frac{d\mathbf{L}}{dz} \right)^2 + \frac{\alpha \tau}{2} \mathbf{L}^2 + \frac{\beta}{4m_s^2} \mathbf{L}^4 + \frac{K_a}{2} \left(L_x^2 + L_y^2 \right) \right) dz, \qquad (3.15a)$$

$$F_{s} = \int_{-d/2}^{d/2} \left(\frac{\gamma_{0}}{2} \left(\frac{d\mathbf{m}}{dz} \right)^{2} + \frac{\mathbf{m}^{2}}{2\chi} + \frac{\Delta}{2} \left(\mathbf{m} \cdot \mathbf{L} \right)^{2} + \frac{\delta}{2} \mathbf{m}^{2} \mathbf{L}^{2} \right) dz$$

- $J \left(\mathbf{m} \cdot \mathbf{M} \right) |_{z=-d/2} - J \left(\mathbf{m} \cdot \mathbf{M} \right) |_{z=d/2}.$ (3.15b)

Мы снова будем считать, что пространственный масштаб у **L** значительно больше, чем у **m**. Тогда после вычисления **m** и подстановки в F_s (см. Приложение A), получаем

$$F_s \approx \frac{\chi^{3/2} J^2}{4\gamma_0^{1/2}} \left(\delta \mathbf{M}^2 \mathbf{L}^2 + \Delta \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{L} \right)^2 \right) |_{z=-d/2} + \frac{\chi^{3/2} J^2}{4\gamma_0^{1/2}} \left(\delta \mathbf{M}^2 \mathbf{L}^2 + \Delta \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{L} \right)^2 \right) |_{z=+d/2}.$$
 (3.16)

При выводе последней формулы мы дополнительно считали, что пространственный масштаб у **m** существенно меньше толщины прослойки d. В этом случае взаимная ориентация намагниченностей ферромагнитных слоев не имеет значения, если только эти намагниченности составляют один и тот же угол с легкой осью прослойки. Будем считать, что вектор **L** может меняться как по модулю, так и по направлению (см. формулу (3.3)). Тогда после минимизации свободной энергии по L и Θ , приходим к уравнениям (3.5a) и (3.5b) со следующими граничными условиями:

$$\frac{dL}{dz}|_{z=\pm d/2} = \mp \frac{\chi^{3/2} J^2 M^2}{2\gamma \gamma_0^{1/2}} L\left(\delta + \Delta \cos^2\left(\Theta - \phi\right)\right)|_{z=\pm d/2},\tag{3.17a}$$

$$\frac{d\Theta}{dz}|_{z=\pm d/2} = \pm \frac{\chi^{3/2} J^2 M^2 \Delta}{2\gamma \gamma_0^{1/2}} \cos(\Theta - \phi) \sin(\Theta - \phi)|_{z=\pm d/2}.$$
(3.17b)



Рисунок 3.3. Схематическое изображение планарной структуры ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик при (а) перпендикулярном и (b) параллельном направлении намагниченностей ферромагнитных слоев **M** относительно легкой оси антиферромагнетика. Здесь *I* — ферромагнитный слой,

II-антиферромагнитный слой,
 ${\bf H}-$ внешнее магнитное поле. Сплошными линиями показаны профили параметра порядк
аL(z)

Пусть намагниченности ферромагнитных слоев перпендикулярны легкой оси антиферромагнетика, т.е. $\phi = \pm \pi/2$ (рис. 3.3 а), тогда $\Theta(z) = 0$. Будем искать решение уравнения (3.5а) в виде отношения эллиптических функций Якоби [134], т.е.

$$L_{\perp}(z) = A_{\perp} \frac{\operatorname{cn}(c_{\perp}z, k_{\perp})}{\operatorname{dn}(c_{\perp}z, k_{\perp})},$$
(3.18)

где сп $(c_{\perp}z, k_{\perp})$ — эллиптический косинус, dn $(c_{\perp}z, k_{\perp})$ — дельта амплитуды, k_{\perp} — эллиптический модуль, A_{\perp} и c_{\perp} — постоянные. Поскольку $L_{\perp}(0) = A_{\perp}$, то $0 \leq A_{\perp} \leq L_0$. После подстановки $L_{\perp}(z)$ в формулу (3.5а) при $\Theta = 0$ находим $c_{\perp}l_c = (1 - A_{\perp}^2/(2L_0^2))^{1/2}$, $k_{\perp} = (2L_0^2/A_{\perp}^2 - 1)^{-1/2}$. Далее постоянная A_{\perp} будет численно определена из граничных условий (3.17а).

Пусть теперь намагниченности ферромагнетиков параллельны легкой оси, т.е. $\phi = 0, \pi$ (рис. 3.3 b). В этом случае вектор **L** может отклоняться от этой оси. Мы снова будем считать, что отклонение мало, и что $l_c \gg l_d$. Тогда уравнение (3.5b) перейдет в уравнение (3.7), решение которого можно представить в виде амплитуды Якоби, т.е. $\Theta(z) = \pm \operatorname{am} \{c_{\Theta}z, i/(c_{\Theta}l_d)\},$ или

$$\cos\Theta(z) = \frac{\operatorname{cn}\left(\frac{z}{l_d}\sqrt{1+c_{\Theta}^2 l_d^2}, \frac{1}{\sqrt{1+c_{\Theta}^2 l_d^2}}\right)}{\operatorname{dn}\left(\frac{z}{l_d}\sqrt{1+c_{\Theta}^2 l_d^2}, \frac{1}{\sqrt{1+c_{\Theta}^2 l_d^2}}\right)},\tag{3.19}$$

Параметр c_{Θ} может быть определен из граничных условий (3.17b). В случае тонкой прослойки ($c_{\Theta}d \ll 1$) из (3.7), (3.17b) и (3.19) находим условие существования полученного ненулевого решения для Θ : (J/J_{Θ})⁴ > 1 + 4 l_d^2/d^2 . Таким образом, в трехслойной структуре отклонение **L** от направления легкой оси наступает при больших значениях J, чем в двухслойной. Для случая $\Theta = 0$ получаем следующее выражение для L_{\parallel} :

$$L_{\parallel}(z) = A_{\parallel} \frac{\operatorname{cn}(c_{\parallel}z, k_{\parallel})}{\operatorname{dn}(c_{\parallel}z, k_{\parallel})}, \qquad (3.20a)$$

$$c_{\parallel} = \frac{1}{l_c} \sqrt{1 - \frac{A_{\parallel}^2}{2L_0^2}}, \ k_{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2L_0^2}{A_{\parallel}^2} - 1}}.$$
 (3.20b)

В случае толстой прослойки $(d \gg l_c)$ решение уравнения (3.5а) для $\Theta = 0$ может быть представлено в виде

$$L_{\perp(\parallel)}(z) = L_0 \left(\theta(-z) \operatorname{th} \frac{(z+d/2) + z_{\perp(\parallel)}}{\sqrt{2} l_c} + \theta(z) \operatorname{th} \frac{(-z+d/2) + z_{\perp(\parallel)}}{\sqrt{2} l_c} \right), \quad (3.21)$$

где $\theta(z)$ — функция Хевисайда. Если прослойка достаточно тонкая, то может произойти полное подавление антиферромагнитного порядка. Действительно, считая $A_{\perp(\parallel)} \ll L_0$ и раскладывая граничные условия (3.17а) в ряд по параметру $A_{\perp(\parallel)}/L_0$, получим условие существования ненулевого решения в виде $d > d_{\perp(\parallel)}$, где критическая толщина $d_{\perp(\parallel)}$ имеет следующий вид:

$$d_{\perp(\parallel)} = 2 l_c \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{2}J^2}{J_{\perp(\parallel)}^2}\right).$$
(3.22)

Таким образом, $L_{\perp(\parallel)} = 0$, если $d \leq d_{\perp(\parallel)}$. Формула (3.22) справедлива как для больших значений $J \ (J \gg J_{\perp(\parallel)}, d_{\perp(\parallel)} \approx \pi l_c)$, так и для малых $(J \ll J_{\perp(\parallel)}, d_{\perp(\parallel)} \approx 2^{3/2} l_c J^2 / J_{\perp(\parallel)}^2)$. На рис. 3.4 а, b и с для структуры ферромагнетик/MnF₂/ферромагнетик изображены профили



Рисунок 3.4. Профили параметра порядка $L_{\perp(\parallel)}(z)$ в структуре ферромагнетик/MnF₂/ферромагнетик при $T_N - T = 0.5$ К и при различных толщинах прослойки d для случаев (a) $J/J_{\perp(\parallel)} = 0.5$, (b) $J/J_{\perp(\parallel)} = 1$ и (c) $J/J_{\perp(\parallel)} = 5$. Сплошные линии соответствуют точным решениям (3.18) и (3.20а), пунктирные — приближенному решению (3.21). (d) Зависимость критической толщины $d_{\perp(\parallel)}$ от постоянной межслоевого обмена J при различных температурах T

параметра порядка L(z) (сплошные линии) при различных толщинах прослойки d и величинах постоянной межслоевого обмена J. Для сравнения пунктирными линиями показаны профили, рассчитанные по формуле (3.21) для d = 30 нм. Мы видим, что при увеличении J происходит полное подавление антиферромагнитного порядка, когда $d \leq d_{\perp(\parallel)}$ (рис. 3.4 b и с). Зависимость $d_{\perp(\parallel)}$ от J и T показана на рис. 3.4 d.

Дифференцируя свободную энергию по температуре с учетом (3.5a), (3.5b), (3.17a) и (3.17b), найдем объемную плотность энтропии системы,

$$s_{\perp(\parallel)} = -\frac{\alpha}{2T_N} \overline{L^2}_{\perp(\parallel)}, \ \overline{L^2}_{\perp(\parallel)} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} L_{\perp(\parallel)}^2 dz.$$
(3.23)

Вычисление среднего квадрата параметра порядка $\overline{L^2}_{\perp(\parallel)}$ приводит к следующему результату:

$$\overline{L^2}_{\perp(\parallel)} = -\frac{2^{3/2} i \, l_c}{d} A_{\perp(\parallel)} \, L_0 \, \mathcal{E}\left(\operatorname{am}\left(i\frac{A_{\perp(\parallel)}}{L_0}\frac{d}{2^{3/2} l_c}, \, k^0_{\perp(\parallel)}\right), \, k^0_{\perp(\parallel)}\right), \tag{3.24}$$

где $k_{\perp(\parallel)}^0 = 2^{1/2} i \left(L_0^2 / A_{\perp(\parallel)}^2 - 1\right)^{1/2}$, $\mathbf{E}(u, k)$ — эллиптический интеграл второго рода. При малом обмене на границе $(A_{\perp(\parallel)} \approx L_0)$ параметр порядка практически невозмущен, и $\overline{L^2}_{\perp(\parallel)} \approx L_0^2$, а при большом обмене и при достаточно тонкой прослойке, т.е. $(A_{\perp(\parallel)}d)/(2^{3/2}L_0 l_c) \ll 1$, получаем $\overline{L^2}_{\perp(\parallel)} \approx A_{\perp(\parallel)}^2$.

Оценим теперь величину поля переключения $H_{\rm sw}$ для рассматриваемой трехслойной структуры. Для этого с учетом (3.5a), (3.5b), (3.17a) и (3.17b) перепишем свободную энергию F в виде

$$F_{\perp(\parallel)} = -\frac{\beta}{4m_s^2} \int_{-d/2}^{d/2} L_{\perp(\parallel)}^4 dz.$$
(3.25)

Для изменения направления намагниченностей ферромагнитных слоев с перпендикулярного до параллельного необходимо затратить энергию $\Delta F = F_{\parallel} - F_{\perp}$. Ясно, что $\Delta F \leq \beta L_0^4 d/(4m_s^2) = \alpha^2 \tau^2 d m_s^2/(4\beta)$. Как и в случае двухслойной структуры, мы можем ввести эффективную свободную энергию (3.13), где под $d_{\rm f}$ нужно теперь понимать суммарную толщину ферромагнетиков. Тогда для системы ферромагнетик/MnF₂/ферромагнетик при d = 3 нм, $T_N - T = 1$ К и $d_{\rm f} = 7$ нм имеем $K_{\rm eff} \approx 0.23 \ll 4\pi$ и $H_{\rm sw} \approx 4\pi M \approx 10$ кЭ. Таким образом, мы снова можем пренебречь влиянием антиферромагнитной прослойки на поле переключения ферромагнетиков. Отметим, что в случае продольной ориентации легкой оси антиферромагнетика относительно границы раздела (рис. 3.1 d), поле $H_{\rm sw}$ будет гораздно меньше: $H_{\rm sw} = K_{\rm eff}M \approx 230$ Э.

На рис. 3.5 изображено изотермическое изменение энтропии $\Delta s = s_{\parallel} - s_{\perp}$ в структуре ферромагнетик/MnF₂/ферромагнетик в зависимости от температуры *T* и величины межслоевого обмена *J* при различных толщинах прослойки *d*. Мы видим, что наибольший МКЭ ($\Delta s \approx 5 \cdot 10^5$ эрг K⁻¹ см⁻³) достигается для достаточно тонких ($d \leq 7$ нм) прослоек, однако он сравнительно быстро уменьшается с ростом *J*, поскольку при этом увеличивается критическая толщина $d_{\perp(\parallel)}$. Для более толстых пленок ($d \geq 15$ нм) МКЭ несколько меньше, но при этом медленнее уменьшается с ростом *J*.

Обсудим теперь возможность экспериментального измерения Δs рассматриваемых неоднородных структур. Для однородного антиферромагнетика нетрудно получить со-



Рисунок 3.5. Зависимости изотермического изменения энтропии Δs от температуры T и постоянной межслоевого обмена J при (a) d = 3 нм, (b) d = 7 нм, (c) d = 15 нм и (d) d = 20 нм в структуре ферромагнетик/MnF₂/ферромагнетик

отношение Максвелла, основанное на равенстве $(\partial^2 f / \partial H \partial T)_{T,H} = (\partial^2 f / \partial T \partial H)_{H,T}$ (см. формулу (1.32)). Поскольку $m = -(\partial f / \partial H)_T$ и $s = -(\partial f / \partial T)_H$, то получаем $(\partial m / \partial T)_H = (\partial s / \partial H)_T$. Это соотношение позволяет извлекать Δs из магнитометрических измерений, т.е. из экспериментальной зависимости m(T, H). Выясним, как обстоит дело в неоднородных структурах ферромагнетик/антиферромагнетик и ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик в рамках модели эффективной свободной энер-
гии (3.13). Подставляя M_H в f_{eff} , найдем

$$f_{\text{eff}} = \begin{cases} -\frac{1}{2} \frac{H^2 M}{H_{\text{sw}}} & \text{при } H \le H_{\text{sw}}, \\ -\frac{1}{2} M (2H - H_{\text{sw}}) & \text{при } H > H_{\text{sw}}. \end{cases}$$
(3.26)

Поскольку $\left(\partial^2 f_{\text{eff}}/\partial H \partial T\right)_{T,H} = \left(\partial^2 f_{\text{eff}}/\partial T \partial H\right)_{H,T}$, то мы получаем соотношение Максвелла в следующем виде:

$$\left(\frac{\partial M_H}{\partial T}\right)_H = \left(\frac{\partial s_{\text{eff}}}{\partial H}\right)_T,\tag{3.27}$$

где $s_{\rm eff} = -(\partial f_{\rm eff}/\partial T)_H$ — объемная плотность эффективной энтропии, $s_{\rm eff} = \Delta s H^2/H_{\rm sw}^2$, если $H \leq H_{\rm sw}$, и $s_{\rm eff} = \Delta s$, если $H > H_{\rm sw}$. Таким образом, изотермическое изменение энтропии в рассматриваемых неоднородных системах может быть найдено по экспериментальным зависимостям намагниченности ферромагнитных слоев от внешнего поля и температуры.

Наконец, определим область применимости теории Ландау для рассматриваемой структуры. Согласно формуле (1.13), где вместо T_c следует иметь ввиду T_N , получаем грубую оценку для температурного интервала: $|T - T_N| \gg 0.02$ К. Отметим, что формула (1.13) не учитывает влияния обменного поля, что приводит к некоторому уменьшению флуктуационной области.

3.3. Выводы

В рамках теории Ландау фазовых переходов второго рода рассчитан МКЭ (изотермическое изменение магнитной энтропии Δs) в планарной структуре ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик, в которой ферромагнитные слои за счет эффекта магнитной близости нарушают антиферромагнитный порядок прослойки. Величина МКЭ для структуры ферромагнетик/MnF_2/ферромагнетик может достигать $5\cdot10^5$ эрг $\mathrm{K}^{-1}~\mathrm{cm}^{-3}$ в поле до 10 кЭ, что сравнимо с МКЭ в объемном Gd ($\approx 2.4 \cdot 10^5$ эрг K⁻¹ см⁻³ [113]) при *H* = 10 кЭ. Значительный МКЭ сохраняется в широких диапазонах изменения параметров системы (величины межслоевого обмена J и толщины прослойки d), что позволяет существенно расширить число материалов, пригодных для технологии магнитного охлаждения. В рассматриваемых системах МКЭ проявляется уже в случае двухслойной структуры и достаточно медленно убывает с ростом толщины прослойки в трехслойной структуре, что выгодно отличает их от системы на основе парамагнетика. Продемонстрировано выполнение соотношения Максвелла, позволяющее определять МКЭ в рассматриваемой неоднородной структуре по магнитометрическим измерениям. Продемонстрировано 60-кратное обменное усиление МКЭ (величины Δs) в рассматриваемых системах по сравнению с отдельной пленкой MnF₂, в которой $\Delta s \approx 0.85 \cdot 10^4$ эрг K⁻¹ см⁻³ при H = 10 кЭ.

Магнитостатический механизм нарушения киральной симметрии в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник

В настоящей Главе описано теоретическое исследование магнитостатического механизма нарушения киральной симметрии в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник. Рассчитаны эффективные постоянные ДМ, спектры невзаимных спиновых волн, а также определены условия формирования киральных магнитных текстур. По результатам этих расчетов опубликованы статьи [А3–А5].

4.1. Эффективное взаимодействие Дзялошинского-Мории

Рассматриваемая структура представляет собой тонкую¹ ферромагнитную пленку (0 < z < h), расположенную над парамагнетиком или сверхпроводником (z < 0). Пусть температура Кюри ферромагнетика значительно больше, чем критическая температура парамагнетика или сверхпроводника T_c , а температура системы $T \approx T_c$ ($T \ge T_c$ для случая парамагнетика и $T \le T_c$ для случая сверхпроводника). Тогда мы можем считать, что намагниченность ферромагнетика $\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}), \boldsymbol{\rho} = (x, y)$, при переходе от точки к точке меняется только по направлению. Предполагается что обменное взаимодействие между слоями подавлено (например,

¹Мы считаем, что толщина ферромагнитной пленки h меньше ее обменной длины l_0 . Тогда можно считать, что намагниченность в пленке однородна вдоль поперечного направления.

дополнительным тонким слоем изолятора), и существует только магнитостатическое взаимодействие, которое проявляется в следующем. Неоднородное распределение намагниченности в ферромагнетике приводит к возникновению полей рассеяния. Эти поля индуцируют намагниченность **m** в парамагнетике или сверхток \mathbf{j}_s в сверхпроводнике, которые являются источниками вторичных магнитных полей, влияющих на распределение намагниченности в ферромагнитной пленке.

Рассмотрим сначала структуру ферромагнетик/парамагнетик. С учетом всего вышесказанного, полная свободная энергия F может быть записана как сумма трех вкладов, F_0 , F_- и F_+ , связанных, соответственно, с областями 0 < z < h, z < 0 и z > h, т.е.

$$F = F_0 + F_- + F_+, (4.1a)$$

$$F_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{h} \left[\frac{l_0^2}{2} \sum_{i=1}^{2} \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{1}{2} K_a M_z^2 - (\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}) - (\mathbf{M} \cdot \mathfrak{H}) - (\mathbf{M} \cdot \mathfrak{H}) - \frac{\mathfrak{H}_0^2}{8\pi} \right] d\boldsymbol{\rho} \, dz, \tag{4.1b}$$

$$F_{-} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{0} \left[\frac{1}{2\chi} \mathbf{m}^{2} - (\mathbf{m} \cdot \mathbf{\mathfrak{H}}_{-}) - \frac{\mathbf{\mathfrak{H}}_{-}^{2}}{8\pi} \right] d\boldsymbol{\rho} \, dz, \qquad (4.1c)$$

$$F_{+} = -\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{h}^{+\infty} \frac{\mathfrak{H}_{+}^{2}}{8\pi} d\boldsymbol{\rho} dz.$$
(4.1d)

В формуле (4.1b) первые три слагаемых представляют собой, соответственно, обменную энергию, энергию магнитной анизотропии, характеризуемую постоянной $K_a > 0$, и энергию Зеемана во внешнем поле **H**. Последние слагаемые в формулах (4.1b), (4.1c) и формула (4.1d) описывают энергии магнитостатических полей \mathfrak{H}_0 (0 < z < h), $\mathfrak{H}_-(z < 0)$ и $\mathfrak{H}_+(z > h)$, создаваемых всеми «магнитными» зарядами в системе. Эти поля можно определить, решая уравнения Максвелла, div $\mathfrak{B} = 0$ и rot $\mathfrak{H} = 0$, где $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{M}$, $\mathfrak{M}(\rho, z) = \mathbf{m}(\rho, z)\theta(-z) + \mathbf{M}(\rho)\theta(z)\theta(h - z)$, где \mathfrak{H} совпадает с \mathfrak{H}_0 , \mathfrak{H}_- или \mathfrak{H}_+ в соответствующих областях пространства. Мы будем считать, что $\mathbf{m} = \chi \mathfrak{H}_-$, где $\chi(T) = \mathcal{C}/(T - T_c)$ — восприимчивость парамагнетика. Используя последнее соотношение и электромагнитные граничные условия, перепишем свободную энергию F в виде

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{h} \left[\frac{l_0^2}{2} \sum_{i=1}^{2} \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{1}{2} K_a M_z^2 - (\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}) - \frac{1}{2} \left(\mathbf{M} \cdot \mathfrak{H} \right) \right] d\boldsymbol{\rho} \, dz. \tag{4.2}$$

Последнее слагаемое формулы (4.2) представляет собой магнитостатическую энергию ферромагнитной пленки, выражение для которой будет приведено далее. Рассмотрим теперь структуру ферромагнетик/сверхпроводник. В этом случае удобно перейти к свободной энергии, являющейся функцией магнитной индукции. Тогда вклады F_0, F_- и F_+ принимают вид

$$F_{0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{h} \left[\frac{l_{0}^{2}}{2} \sum_{i=1}^{2} \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_{i}} \right)^{2} - \frac{1}{2} K_{a} M_{z}^{2} - (\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}) - (\mathbf{M} \cdot \mathfrak{B}_{0}) + \frac{\mathfrak{B}_{0}^{2}}{8\pi} \right] d\boldsymbol{\rho} \, dz, \qquad (4.3a)$$

$$F_{-} = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{0} \left[\mathfrak{B}_{-}^{2} + \lambda^{2} (\operatorname{rot} \mathfrak{B}_{-})^{2} \right] d\boldsymbol{\rho} \, dz, \qquad (4.3b)$$

$$F_{+} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{h}^{+\infty} \frac{\mathfrak{B}_{+}^{2}}{8\pi} d\boldsymbol{\rho} dz.$$
(4.3c)

Первое и второе слагаемые в формуле (4.3b) представляют собой энергии магнитостатического поля и сверхпроводящего тока соответственно. Магнитостатические поля \mathfrak{B}_0 (0 < z < h), $\mathfrak{B}_-(z < 0)$ и $\mathfrak{B}_+(z > h)$ индуцируются намагниченностью **M** и сверхтоком \mathbf{j}_s . Эти поля можно определить, решая уравнения Максвелла, rot $\mathfrak{B} = 4\pi\mathfrak{J}/c$, div $\mathfrak{B} = 0$, где $\mathfrak{J}(\boldsymbol{\rho}, z) = c \operatorname{rot}[\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho})\theta(z)\theta(h-z)] + \theta(-z)\mathbf{j}_s(\boldsymbol{\rho}, z)$, а \mathfrak{B} совпадает с \mathfrak{B}_0 , \mathfrak{B}_- или \mathfrak{B}_+ в соответствующих областях пространства. Будем считать, что \mathbf{j}_s подчиняется уравнению Лондонов, т.е. $\mathbf{j}_s = -c\mathbf{A}_-/(4\pi\lambda^2)$, где $\lambda(T) = \lambda_0/[(1-T/T_c)]^{1/2}$ — лондоновская глубина проникновения поля, \mathbf{A}_- — векторный потенциал в области z < 0 (\mathfrak{B}_- = rot \mathbf{A}_-). Используя связь \mathbf{j}_s и \mathbf{A}_- , а также электромагнитные граничные условия, приведем свободную энергию F к виду

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{h} \left[\frac{l_0^2}{2} \sum_{i=1}^{2} \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{1}{2} K_a M_z^2 - (\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}) - \frac{1}{2} \left(\mathbf{M} \cdot \mathfrak{B}_0 \right) \right] d\boldsymbol{\rho} \, dz. \tag{4.4}$$

Последние слагаемые в формулах (4.2) и (4.4) представляют собой магнитостатическую энергию в системах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник, $F_{\rm MS} = F_{\rm MS}^{\rm intra} + F_{\rm MS}^{\rm inter}$, состоящую из двух вкладов. Один из них, $F_{\rm MS}^{\rm intra}$, соответствует взаимодействию между магнитными моментами внутри ферромагнетика, а другой, $F_{\rm MS}^{\rm inter}$, — взаимодействию между **M** и **m** или **M** и **j**_s (межслоевой вклад). Приведенные выше вклады имеют следующий вид (см. Приложение B):

$$F_{\rm MS}^{\rm intra(inter)} = \frac{S^2}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} D_{\alpha\beta}^{\rm intra(inter)}(\mathbf{q}) M_{\alpha}(-\mathbf{q}) M_{\beta}(\mathbf{q}) d\mathbf{q}, \qquad (4.5a)$$

$$D_{\alpha\beta}^{\text{intra}}(\mathbf{q}) = \frac{2\pi}{q} \left\{ \left[qh - \left(1 - e^{-qh}\right) \right] \frac{q_{\alpha}q_{\beta}}{q^2} + \left(1 - e^{-qh}\right) \delta_{\alpha z} \delta_{\beta z} \right\},\tag{4.5b}$$

$$D_{\alpha\beta}^{\text{inter}}(\mathbf{q}) = qh D_{\text{eff}}(q) \left(\frac{q_{\alpha}q_{\beta}}{q^2} - \frac{iq_{\alpha}}{q} \delta_{\beta z} + \frac{iq_{\beta}}{q} \delta_{\alpha z} + \delta_{\alpha z} \delta_{\beta z} \right), \tag{4.5c}$$

где S — площадь системы, $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ — Фурье-образ намагниченности $\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho})$, $\mathbf{q} = (q_x, q_y, 0)$ — двумерный волновой вектор, D_{eff} — эффективная постоянная ДМ, имеющая следующий вид:

$$D_{\rm eff}(q) = -\frac{\pi\kappa(q)}{q^2h} \left(1 - e^{-qh}\right)^2,$$
(4.6a)

$$\kappa(q) = \begin{cases} \frac{2\pi\chi}{1+2\pi\chi} & (\text{ферромагнетик/парамагнетик}), \\ -\frac{\sqrt{q^2\lambda^2+1}-q\lambda}{\sqrt{q^2\lambda^2+1}+q\lambda} & (\text{ферромагнетик/сверхпроводник}). \end{cases}$$
(4.6b)

Параметр κ сильно зависит от температуры в окрестности T_c и лежит в интервале [0,1] (ферромагнетик/парамагнетик) или [-1,0] (ферромагнетик/сверхпроводник), причем $\kappa = 1 (-1)$, когда $2\pi\chi \gg 1 (q\lambda \ll 1)$. Отметим, что знак κ и, следовательно, знак $D_{\rm eff}$, различен для случаев парамагнетика и сверхпроводника.

Поскольку $F_{\rm MS}^{\rm intra}$ и $F_{\rm MS}^{\rm inter}$ совпадают по форме, удобно ввести тензор $D_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta}^{\rm intra} + D_{\alpha\beta}^{\rm inter}$, описывающий полную магнитостатическую энергию $F_{\rm MS}$. Этот тензор можно представить в виде суммы двух тензоров, $D_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta}^s + D_{\alpha\beta}^a$, где $D_{\alpha\beta}^s = D_{\beta\alpha}^s$ — симметричный, а $D_{\alpha\beta}^a = -D_{\beta\alpha}^a$ — антисимметричный тензор, компоненты которого отличны от нуля только при наличии парамагнетика или сверхпроводника. Тензор $D_{\alpha\beta}^a$ можно представить в виде $D_{\alpha\beta}^a = ihD_{\rm eff}(q)\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}(\mathbf{n}\times\mathbf{q})_{\gamma}$, где $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ — символ Леви-Чивиты, \mathbf{n} — нормаль к границе раздела, направленная в сторону ферромагнетика. Подставив $D_{\alpha\beta}^a$ в формулу (4.5а), получим выражение для эффективной энергии ДМ

$$F_{\rm DMI}^{\rm eff} = \frac{ih\mathcal{S}^2}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} D_{\rm eff}(q) (\mathbf{n} \times \mathbf{q}) \cdot \left[\mathbf{M}(-\mathbf{q}) \times \mathbf{M}(\mathbf{q})\right] d\mathbf{q}.$$
 (4.7)

Отметим, что энергия ДМ в системе ферромагнетик/тяжелый металл также может быть приведена к виду (4.7), где вместо D_{eff} будет постоянная D, не зависящая от q.

Если пространственный масштаб $\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho})$ много больше толщины пленки h, то можно считать, что $qh \ll 1$. Тогда, раскладывая $D_{\alpha\beta}$ в ряд с точностью до членов, линейных по qh, получаем

$$D_{\alpha\beta} \approx \pi h \left\{ qh \left[1 - \kappa \right] \frac{q_{\alpha}q_{\beta}}{q^2} + 2 \left[1 - \frac{1}{2} (1 + \kappa)qh \right] \delta_{\alpha z} \delta_{\beta z} + \kappa qh \left(\frac{iq_{\alpha}}{q} \delta_{\beta z} - \frac{iq_{\beta}}{q} \delta_{\alpha z} \right) \right\}.$$
(4.8)

Если 1 — $\kappa \ll 1$, что может быть выполнено в структуре ферромагнетик/парамагнетик при $T \approx T_c$, то можно пренебречь первым слагаемым в формуле (4.8). Во втором слагаемом

пренебрежем² членом $(1 + \kappa)qh/2$. В результате полная свободная энергия (4.2) примет вид

$$F = h \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{l_0^2}{2} \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{1}{2} K_a^{\text{eff}} M_z^2 - (\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}) + \varepsilon_{\text{DMI}}^{\text{eff}} \right] d\boldsymbol{\rho}, \tag{4.9}$$

где $K_a^{\text{eff}} = K_a - 4\pi$ и

$$\varepsilon_{\rm DMI}^{\rm eff} = -\pi\kappa h \left(M_z \frac{\partial M_x}{\partial x} - M_x \frac{\partial M_z}{\partial x} + M_z \frac{\partial M_y}{\partial y} - M_y \frac{\partial M_z}{\partial y} \right).$$
(4.10)

Мы видим, что в этом локальном приближении вклад магнитостатического взаимодействия сводится к перенормировке константы анизотропии и появлению слагаемого $\varepsilon_{\text{DMI}}^{\text{eff}}$, имеющего обычный вид взаимодействия ДМ (см. формулу (1.49)). Величину энергии (4.10) можно оценить как $\pi \kappa h M_0^2 \sim 1$ эрг/см² при $\pi h \sim 10$ нм, $M_0 \sim 10^3$ эрг Гс⁻¹ см⁻³, что сравнимо с энергией ДМ в системе ферромагнетик/тяжелый металл [23]. Здесь M_0 — намагниченность насыщения ферромагнетика.

²Отбрасываемое слагаемое порядка *qh*, поэтому пренебрегать им нельзя. Однако, далее мы убедимся, что пренебрежение этим слагаемым не приведет к существенным ошибкам.

4.2. Спектры невзаимных спиновых волн

Поскольку в рассматриваемых системах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник существует эффективное взаимодействие ДМ (4.7), то следует ожидать появления невзаимного слагаемого (1.54) в спектре спиновых волн. Пусть внешнее поле **H** направлено вдоль оси x, так что в отсутствие спиновых волн невозмущенная намагниченность \mathbf{M}_0 также направлена вдоль оси x (рис. 4.1). Поскольку ферромагнитная пленка обладает анизотропией (ось z — легкая ось), то должно быть $H > K_a^{\text{eff}} M_0$. Будем считать, что время, необходимое для установления «магнитного» равновесия между ферромагнетиком и парамагнетиком (сверхпроводником), много меньше ω^{-1} , что позволяет для расчетов использовать магнитостатическое приближение. Как обычно, для описания динамики намагниченности и расчета дисперсионных кривых используется уравнение Ландау-Лифшица [139],

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma_g \left(\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} \right) + \frac{\alpha_0}{M_0} \left(\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right), \tag{4.11}$$

где $\gamma_g > 0$ — гиромагнитное отношение, α_0 — параметр диссипации, **H**_{eff} — эффективное поле, определяемое из формул (4.2) и (4.4),

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} = \mathbf{H} + K_a M_z \mathbf{n} + l_0^2 \Delta \mathbf{M} + \mathfrak{H}_0.$$
(4.12)

Отметим, что формула (4.12) справедлива как для случая парамагнетика, так и для случая сверхпроводника, поскольку в рамках уравнения (4.11) разницей между индукцией и напряженностью магнитного поля можно пренебречь. После стандартной процедуры линеаризации уравнения (4.11), получаем дисперсионное соотношение, $\omega(\mathbf{q}) = \omega'(\mathbf{q}) + i\omega''(\mathbf{q})$, где $\omega'(\mathbf{q})$ и $\omega''(\mathbf{q})$ — действительная и мнимая части спектра, т.е.

$$\omega'(\mathbf{q}) = \frac{\Delta\omega'(\mathbf{q})}{2} + \gamma M_0 \sqrt{\left(\frac{H}{M_0} + l_0^2 q^2 + \frac{2}{h} D_{yy}\right) \left(\frac{H}{M_0} + l_0^2 q^2 + \frac{2}{h} D_{zz} - K_a\right)}, \quad (4.13a)$$

$$\omega''(\mathbf{q}) = -\frac{\alpha_0 \gamma_g \omega'(\mathbf{q})}{2\omega'(\mathbf{q}) - \Delta\omega'(\mathbf{q})} \left[2H + M_0 \left(2l_0^2 q^2 - K_a + \frac{2}{h} \left(D_{yy} + D_{zz} \right) \right) \right], \tag{4.13b}$$

где

$$\Delta\omega'(\mathbf{q}) = \omega'(\mathbf{q}) - \omega'(-\mathbf{q}) = 4\gamma_g D_{\text{eff}}(q) \left(\mathbf{q} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{M}_0)\right) = 4\gamma_g M_0 D_{\text{eff}}(q) q_y.$$
(4.14)

Последняя формула совпадает с частотным сдвигом (1.55), возникающим в структуре ферромагнетик/тяжелый металл, с точностью до замены $D_{\rm eff}$ на D. Величина невзаимного слагаемого определяется параметром κ (рис. 4.2): невзаимность отсутствует при $\kappa = 0$ и достигает



Рисунок 4.1. Схематическое изображение спиновых волн в структурах (a, b) ферромагнетик/парамагнетик и (c, d) ферромагнетик/сверхпроводник. Здесь *I* ферромагнитный слой, *II* — парамагнитный слой, *III* — сверхпроводящий слой. Сплошными стрелками показана спиновая волна, распространяющаяся в ферромагнетике, пунктирными — ее изображение в парамагнетике или сверхпроводнике. Направление волнового вектора **q** определяет киральность спиновой волны (ср. (a) и (b) или (c) и (d))

максимального значения при $\kappa = 1$ (рис. 4.2 a, b) и $\kappa = -1$ (рис. 4.2 c, d). При этом она имеет разный знак для случаев парамагнетика и сверхпроводника, поскольку $\Delta \omega' \propto D_{\text{eff}}$. Невзаимность мнимой части спектра (рис. 4.2 b и d) свидетельствует о разном времени жизни встречных спиновых волн. При q = 0 из формул (4.13a) и (4.13b), как и ожидалось, получаем формулы, соответствующие однородной прецессии намагниченности в продольно намагниченной ферромагнитной пленке [139], поскольку $D_{yy} \to 0$, $D_{zz} \to 2\pi h$ и $\Delta \omega' \to 0$. Также при $\chi \to 0$ ($\lambda \to \infty$), $l_0 = 0$, $K_a = 0$, $q_x = 0$ и $qh \ll 1$ мы приходим к результату Даймона и Эшбаха, т.е. $\omega' = \gamma [H(H + 4\pi H M_0 + 8\pi^2 M_0^2 |q_y|h)]^{1/2}$ [128]. Отметим также, что найденный нами спектр ω' в случае структуры ферромагнетик/сверхпроводник может быть также получен из спектра спиновых волн в структуре ферромагнетик/нормальный металл [130]. Действительно, заменяя глубину скин-слоя нормального металла на $(1 + i)\lambda$, придем к формуле (4.13a).

На рис. 4.3 изображены зависимости частотного сдвига $\Delta \omega'/(2\pi)$ от q_y при различных температурах для структур ферромагнетик/парамагнетик (Ni₈₀Fe₂₀/Gd, рис. 4.3 a) и ферромагнетик/сверхпроводник (Ni₈₀Fe₂₀/Pb, рис. 4.3 b). Можно видеть, что изменение темпе-



Рисунок 4.2. Дисперсионные кривые (a, c) $\omega'(\mathbf{q})$ и (b, d) $\omega''(\mathbf{q})$ для структур (a, b) ферромагнетик/парамагнетик и (c, d) ферромагнетик/сверхпроводник. Синие линии соответствуют $\kappa = 0$, оранжевые — $|\kappa| = 1$. Для построения графиков использовались следующие параметры: h = 3 нм, $M_0 = 800$ эрг Гс⁻¹ см⁻³, $l_0 = 20$ нм, H = 800 Э, $K_a = 0$, $q_x = 0, \alpha_0 = 0, 01$

ратуры в пределах нескольких градусов значительно влияет на величину частотного сдвига, что может быть полезным для приложений. Этот же эффект можно использовать и для экспериментального отделения магнитостатического вклада в невзаимность спиновых волн от всех прочих.

Применимость описанного выше магнитостатического подхода для системы ферромагнетик/парамагнетик обеспечивается малостью глубины проникновения поля \mathfrak{H}_{-} по сравнению с глубиной скин-слоя $l_{\rm s}$, которая для высокопроводящих металлов (медь, алюминий) при $\omega \sim 10^{10} {\rm c}^{-1}$ имеет порядок 10^{-4} см. Тогда условие $ql_{\rm s} \gg 1$ обеспечивает малость глубины проникновения \mathfrak{H}_{-} и выполняется при $q \geq 10^5 {\rm cm}^{-1}$.



Рисунок 4.3. Частотный сдвиг $\Delta \omega'(\mathbf{q})/(2\pi)$ в зависимости от q_y для структур (a) Ni₈₀Fe₂₀/Gd и (b) Ni₈₀Fe₂₀/Pb. Для расчетов использовались следующие параметры: h = 3 нм, $M_0 = 800$ эрг Гс⁻¹ см⁻³, $q_x = 0$, $\lambda_0 = 39$ нм, $\mathcal{C} = 0.4$ K; T_c для Gd и Pb составляют 293 K и 7,26 K соответственно

4.3. Формирование киральных магнитных текстур

Покажем теперь, что неоднородные распределения **M** в ферромагнитной пленке с $K_a > 4\pi$ могут быть энергетически выгодны только в случае структуры ферромагнетик/парамагнетик. Чтобы убедиться в этом, перепишем энергии $F_{\rm MS}^{\rm intra}$ и $F_{\rm MS}^{\rm inter}$ в следующем виде:

$$F_{\rm MS}^{\rm intra} = \frac{S^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{q} \left\{ \frac{1}{q^2} \left[qh - \left(1 - e^{-qh}\right) \right] |\text{div}\mathbf{M}(\mathbf{q})|^2 + \left(1 - e^{-qh}\right) |M_z(\mathbf{q})|^2 \right\} d\mathbf{q}, \quad (4.15a)$$

$$F_{\rm MS}^{\rm inter} = \frac{h\mathcal{S}^2}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{q} D_{\rm eff}(q) \left| \operatorname{div} \mathbf{M}(\mathbf{q}) + q M_z(\mathbf{q}) \right|^2 d\mathbf{q}, \tag{4.15b}$$

где div $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ — Фурье-образ от div $\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho})$. Из формулы (4.15b) видно, что знак $F_{\mathrm{MS}}^{\mathrm{inter}}$ определяется знаком D_{eff} . Поскольку $D_{\mathrm{eff}} < 0$ ($D_{\mathrm{eff}} > 0$) для структуры ферромагнетик/парамагнетик(сверхпроводник), то взаимодействие с парамагнетиком (сверхпроводником) приводит к понижению (повышению) энергии системы. Таким образом, неоднородные магнитные состояния в структуре ферромагнетик/сверхпроводник не могут быть термодинамически устойчивы.

Пусть намагниченность **M** зависит только от одной координаты (например, x), тогда можно представить **M** в виде

$$\mathbf{M}(x) = M_0 \left[\sin\Theta(x) \cos\psi \,\hat{\mathbf{x}} + \sin\Theta(x) \sin\psi \,\hat{\mathbf{y}} + \cos\Theta(x) \,\hat{\mathbf{z}} \right], \tag{4.16}$$

где ψ — постоянная, $\Theta(x)$ — произвольная функция x. При $\psi = \pm \pi/2$ и $\psi = 0$ или π распределение **M** имеет блоховский и неелевский тип соответственно. Формула (4.16) описывает как локализованные (доменная стенка), так и делокализованные (магнитная спираль) магнитные текстуры. Если граничными условиями являются $\Theta(-\infty) = 0$ и $\Theta(\infty) = \pi$, то намагниченность (4.16) соответствует доменной стенке. После подстановки формулы (4.16) в свободную энергию (4.9) и варьирования ее по Θ , получаем уравнение (H = 0),

$$\frac{d^2\Theta}{dx^2} - \frac{K_a^{\text{eff}}}{l_0^2} \sin\Theta\cos\Theta = 0, \qquad (4.17)$$

решение которого имеет вид $\Theta(x) = \pi - \arccos\left(\operatorname{th}\sqrt{K_a^{\text{eff}}x}/l_0\right)$. Для свободной энергии пленки с доменной стенкой имеем

$$\Delta F = F - F_0 \propto 2\epsilon \sqrt{K_a^{\text{eff}}} - \pi^2 \kappa \cos\psi, \qquad (4.18)$$

где $\epsilon = l_0/h$, а F_0 — свободная энергия пленки, однородно намагниченной по нормали, т.е. $F_0 = -K_a^{\text{eff}} M_0^2 h S/2$. Полученное магнитное состояние может существовать, если параметр κ достаточно мал, чтобы свободная энергия (4.18) оставалась положительной [124–126]. Это условие можно переписать как $\kappa < \kappa_c^{\text{DW}}$, где $\kappa_c^{\text{DW}} = 2\epsilon \sqrt{K_a^{\text{eff}}}/\pi^2$. Для определенного набора материальных параметров существует интервал κ , в котором $\Delta F > 0$. Так, $\kappa_c^{\text{DW}} \approx 0.7$ ($\chi \approx$ 0.4) при $\epsilon = 3$ и $K_a/(4\pi) = 1.1$. Отметим, что условие минимальности энергии приводит к состоянию с $\psi = 0$, т.е. неелевской стенке.

Если $\Theta(x) = kx$, то формула (4.16) описывает магнитную спираль. Такая пробная функция $\Theta(x)$ позволяет вычислить точную магнитостатическую энергию (4.5а), не используя локальное приближение (4.9). Рассмотрим сначала частный случай магнитной спирали: магнитную циклоиду ($\psi = 0, \pi$). Случай произвольного ψ рассмотрен в Приложении С. Расчеты приводят к следующему выражению для свободной энергии $\Delta F(k, \sigma) = F(k, \sigma) - F_0$ при H = 0:

$$\Delta F(k,\sigma) = \frac{1}{2} M_0^2 h \mathcal{S} \left[l_0^2 k^2 + \frac{1}{2} K_a^{\text{eff}} - \frac{\pi \kappa(k)}{kh} (1 - e^{-kh})^2 (1 + \sigma)^2 \right], \qquad (4.19)$$

если $k \neq 0$ и $\Delta F(k, \sigma) = 0$, если k = 0. Здесь $\sigma = \pm 1$, причем $\sigma = 1$ соответствует $\psi = 0$, а $\sigma = -1$ соответствует $\psi = \pi$. Формула (4.19) согласуется с результатами расчетов, выполненных в работах [16,84]. Можно видеть, что только межслоевая магнитостатическая энергия, пропорциональная κ , зависит от киральности магнитной циклоиды (знака постоянной σ). Как и ожидалось, в случае системы ферромагнетик/парамагнетик(сверхпроводник) киральность магнитной циклоиды, соответствующая $\sigma = 1$ (-1), является энергетически выгодной. Полагая, что период циклоиды много больше толщины пленки h, т.е. $kh \ll 1$, можно получить выражения для равновесного k^* и соответствующего ему минимума свободной энергии при $\sigma = 1$,

$$k^*h \approx \frac{2\pi\kappa}{\epsilon^2}, \ \Delta F(k^*, 1) = \frac{1}{4}M_0^2h\mathcal{S}\left(K_a^{\text{eff}} - \frac{8\pi^2\kappa^2}{\epsilon^2}\right),$$
(4.20)

где было учтено, что $\epsilon \gg 1$. Формулы (4.20) справедливы при условии $\kappa > 1/2$, которое может быть выполнено только для системы ферромагнетик/парамагнетик и обеспечивает устойчивость состояния по отношению к отклонению ψ от нуля (см. Приложение С). Из условия $\Delta F(k^*, 1) = 0$ можно определить критическую величину параметра κ , т.е. $\kappa_c^{\text{MSp}} \approx \epsilon \sqrt{K_a^{\text{eff}}}/(2\sqrt{2\pi})$. Для $\kappa > \kappa_c^{\text{MSp}}$ образование магнитной циклоиды энергетически выгодно. Поскольку $\kappa \leq 1$, необходимо также потребовать выполнения условия $\kappa_c^{\text{MSp}} < 1$. Оценим $\kappa_c^{\text{MSp}} \approx 0.6$ ($\chi \approx 0.2$) при $\epsilon \sim 5$ и $K_a/(4\pi) \sim 1.1$.

В случае структуры ферромагнетик/сверхпроводник $\kappa < 0$. Тогда минимуму энергии (4.19) отвечает $\sigma = -1$, а энергия межслоевого взаимодействия (последнее слагаемое в 4.19)) равна нулю. Тогда, как нетрудно убедиться, $k^* = 0$. Таким образом, магнитная циклоида может быть стабилизирована только в случае структуры ферромагнетик/парамагнетик, что согласуется с общим выводом о невозможности термодинамической устойчивости неоднородных состояний в структуре ферромагнетик/сверхпроводник.

Рассмотрим теперь распределение намагниченности с цилиндрической симметрией, представляющее собой магнитный скирмион. Мы будем рассматривать только структуру ферромагнетик/парамагнетик, в которой такие магнитные состояния возможны. Пусть

$$\mathbf{M}(\rho) = M_0 \left[\sin\Theta(\rho) \,\hat{\boldsymbol{\rho}} + \cos\Theta(\rho) \,\hat{\mathbf{z}} \right]. \tag{4.21}$$

Формула (4.21) соответствует киральности, показанной на рис. 1.11 а. Пусть внешнее магнитное поле **H** направлено против оси z, так что $\Theta(0) = 0$ и $\Theta(\infty) = \pi$. В качестве пробной функции возьмем простейший линейный анзац [121],

$$\Theta(\rho) = \frac{\pi\rho}{R}\theta(R-\rho) + \pi\theta(\rho-R), \qquad (4.22)$$

где R — радиус скирмиона. Тогда в локальном приближении (4.9) свободная энергия скирмиона $\Delta F(\xi) = F(\xi) - F_0$ принимает вид

$$\Delta F(\xi) = \pi M_0^2 h^3 \left\{ 6.15 \,\epsilon^2 + \frac{1}{16} \left[K_a^{\text{eff}} + 4 \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right) \frac{H}{M_0} \right] \xi^2 - \frac{\pi^2 \kappa}{2} \xi \right\},\tag{4.23}$$

где $\xi = 2R/h$, $F_0 = -M_0^2 h \mathcal{S}(K_a^{\text{eff}}/2 + H/M_0)$. Минимум $\Delta F(\xi)$ обеспечивается конкуренцией между энергией анизотропии, характеризуемой постоянной K_a^{eff} , и эффективной энергией ДМ. Отметим, что в рамках пробной функции (4.22) обменная энергия не зависит от ξ . В результате минимизации свободной энергии (4.23) получаем равновесную величину ξ^* и соответствующую энергию $\Delta F(\xi^*)$ в виде

$$\xi^* = \frac{16\pi^2 \kappa}{K_a^{\text{eff}} + 4\left(1 - 4/\pi^2\right) H/M_0},\tag{4.24a}$$

$$\Delta F(\xi^*) = \pi M_0^2 h^3 \left[6.15 \,\epsilon^2 - \frac{16\pi^4 \kappa^2}{K_a^{\text{eff}} + 4 \left(1 - 4/\pi^2\right) H/M_0} \right]. \tag{4.24b}$$

Полученное магнитное состояние является энергетически выгодным для $\kappa > \kappa_c^{\text{MSk}}$, где $\kappa_c^{\text{MSk}} \approx 0.06 \epsilon \left(K_a^{\text{eff}} + 2.4 H/M_0 \right)^{1/2}$. Оценим κ_c^{MSk} : $\kappa_c^{\text{MSk}} \approx 0.3$ ($\chi \approx 0.07$) при $\epsilon = 5$,

 $K_a/(4\pi) = 1.1$ и H = 0. Если в качестве парамагнетика взять Gd, то указанное выше условие будет выполнено в диапазоне температур $T - T_c < 6$ К. Отметим, что при $\kappa > \kappa_c^{\text{MSk}}$ система становится неустойчивой по отношению к образованию все новых и новых скирмионов, которые в конечном итоге должны упорядочиться в решетку [124]. Существование изолированных скирмионов в качестве метастабильных состояний возможно при $\kappa < \kappa_c^{\text{MSk}}$.

Для проверки формул (4.24a) и (4.24b), основанных на локальном приближении (4.9) приведем численные расчеты, основанные на точных формулах (4.15a) и (4.15b), где

$$M_z(\mathbf{q}) = \Delta M_z(q) - \frac{(2\pi)^2}{\mathcal{S}} M_0 \,\delta(\mathbf{q}), \qquad (4.25a)$$

$$\Delta M_z(q) = \frac{2\pi M_0}{\mathcal{S}} \int_0^\infty \rho \left[\cos\Theta(\rho) + 1\right] J_0(q\rho) \, d\rho, \qquad (4.25b)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{M}(q) = \frac{2\pi M_0}{S} \int_0^\infty \left[\rho \frac{d\Theta(\rho)}{d\rho} \cos\Theta(\rho) + \sin\Theta(\rho)\right] J_0(q\rho) \, d\rho.$$
(4.25c)

Здесь $\delta(\mathbf{q})$ и $J_n(t)$ — дельта-функция Дирака и цилиндрическая функция Бесселя порядка n. На рис. 4.4 показана зависимость параметра ξ^* от κ для различных постоянных анизотропии K_a (рис. 4.4 а) и величин внешнего поля H (рис. 4.4 b); сплошные линии соответствуют приближенной формуле (4.24а), а точки — численным расчетам. Можно видеть, что приближенные и точные расчеты удовлетворительно согласуются между собой. Разница в результатах, по-видимому, связана с пренебрежением $(1 + \kappa)qh/2$ во втором слагаемом формулы (4.8).



Рисунок 4.4. Равновесный параметр ξ* в зависимости от κ в структуре
ферромагнетик/парамагнетик для различных (а) значений постоянной анизотропии K_a и
(b) величин внешнего поля H. Сплошными линиями показаны расчеты на основе

приближенной формулы (4.24a), точками — численные расчеты, основанные на точных формулах (4.15a) и (4.15b)

4.4. Выводы

В структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник рассчитана постоянная эффективного взаимодействия ДМ, имеющего магнитостатическое происхождение. Показано, что знак этой постоянной различен для рассматриваемых структур. Наличие эффективного взаимодействия ДМ приводит к возникновению невзаимности в спектре спиновых волн, а также стабилизирует киральные магнитные состояния (скирмион и магнитная циклоида) только в случае системы ферромагнетик/парамагнетик. Сильная температурная зависимость описываемого взаимодействия в окрестности критических температур парамагнетика и сверхпроводника позволяет выделить это взаимодействие в эксперименте, а также может быть полезна для приложений.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

- Построена феноменологическая модель, позволяющая рассчитывать МКЭ (изотермическое изменение магнитной энтропии) в структуре ферромагнетик/парамагнетик/ферромагнетик. Продемонстрировано 4-кратное обменное усиление МКЭ в структуре Fe/Gd/Fe по сравнению с отдельной пленкой Gd.
- 2. Предложен способ обменного усиления МКЭ в структуре ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик. Построена феноменологическая модель, позволяющая рассчитывать МКЭ (изотермическое изменение магнитной энтропии) в такой структуре. Продемонстрировано 60-кратное обменное усиление МКЭ в структуре ферромагнетик/MnF₂/ферромагнетик по сравнению с отдельной пленкой MnF₂, а также выполнение соотношения Максвелла, позволяющее проводить косвенные измерения МКЭ по магнитометрическим данным.
- 3. Получены аналитические выражения для эффективной постоянной ДМ, а также спектров спиновых волн в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник. Показано, что энергия ферромагнитной пленки с киральными магнитными текстурами (скирмионом и магнитной циклоидой) может быть меньше энергии однородно намагниченной пленки только в случае системы ферромагнетик/парамагнетик. Сильная температурная зависимость рассматриваемого взаимодействия в окрестности критических точек фазовых переходов второго рода парамагнетика и сверхпроводника может быть использована для выделения описываемых эффектов в эксперименте, а также для создания управляемых устройств магнонной логики.

А. Обменная энергия на границе ферромагнетик антиферромагнетик

Прежде всего вычислим намагниченность **m**, индуцированную в антиферромагнетике за счет эффекта близости с ферромагнетиком. Варьирование по **m** энергий *F_s* (формулы (3.1b) и (3.15b)) приводит к следующему уравнению и граничным условиям:

$$\gamma_0 \frac{d^2 \mathbf{m}}{dz^2} - \frac{1}{\chi} \mathbf{m} - \Delta \left(\mathbf{m} \cdot \mathbf{L} \right) \mathbf{L} - \delta \mathbf{L}^2 \mathbf{m} = 0, \qquad (A.1a)$$

$$\frac{d\mathbf{m}}{dz}|_{z=0} = -\frac{J}{\gamma_0} \mathbf{M}$$
(двухслойная структура), (A.1b)

$$\frac{d\mathbf{m}}{dz}|_{z=\pm d/2} = \pm \frac{J}{\gamma_0} \mathbf{M}$$
 (трехслойная структура). (A.1c)

В структуре ферромагнетик/антиферромагнетик по мере удаления от границы раздела намагниченность должна уменьшаться, так что необходимо ввести дополнительное граничное условие $\mathbf{m}(z \to \infty) = 0$. Будем считать, что пространственный масштаб у **L** значительно больше, чем у **m**. В этом случае в уравнении (A.1a) $\mathbf{L}(z) \approx \mathbf{L}(0)$, и его решение можно записать в виде

$$\mathbf{m}(z) = \frac{J}{\gamma_0 q_0} \left[e^{-q_0 z} \mathbf{M} + \left(\frac{q_0}{p_0} e^{-p_0 z} - e^{-q_0 z} \right) \left(\mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{L}} \right) \hat{\mathbf{L}} \right]$$
(A.2)

для структуры ферромагнетик/антиферромагнетик и

$$\mathbf{m}(z) = \frac{J}{\gamma_0 q_0} \left[\frac{\operatorname{ch}(q_0 z)}{\operatorname{sh}(q_0 d/2)} \mathbf{M} + \left(\frac{q_0}{p_0} \frac{\operatorname{ch}(p_0 z)}{\operatorname{sh}(p_0 d/2)} - \frac{\operatorname{ch}(q_0 z)}{\operatorname{sh}(q_0 d/2)} \right) \left(\mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{L}} \right) \hat{\mathbf{L}} \right]$$
(A.3)

для структуры ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик, где $q_0^2 = (1 + \chi \delta \mathbf{L}^2) / (\chi \gamma_0)$ и $p_0^2 = [1 + \chi (\Delta + \delta) \mathbf{L}^2] / (\chi \gamma_0)$. Используя уравнение (A.1a), а также граничные условия (A.1b)-(A.1c), приведем F_s к виду

$$F_s = -\frac{J}{2} \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{m} \right) |_{z=0} \tag{A.4}$$

для структуры ферромагнетик/антиферромагнетик и

$$F_s = -\frac{J}{2} \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{m} \right) |_{z=-d/2} - \frac{J}{2} \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{m} \right) |_{z=d/2}$$
(A.5)

для структуры ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик. Наконец, после подстановки $\mathbf{m}(0)$, $\mathbf{m}(-d/2)$, $\mathbf{m}(d/2)$ и разложения F_s до \mathbf{L}^2 с учетом $q_0 d \gg 1$ и $p_0 d \gg 1$, приходим к формулам (3.2) и (3.16).

В. Магнитостатическая энергия в структурах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник

Структура ферромагнетик/парамагнетик

Пусть $\mathbf{\mathfrak{H}}-$ магнитостатическое поле, создаваемое намагниченностями \mathbf{M} и \mathbf{m} совместно,

$$\mathfrak{H} = \begin{cases}
\mathfrak{H}_{-}, \, z < 0, \\
\mathfrak{H}_{0}, \, 0 < z < h, \\
\mathfrak{H}_{+}, \, z > 0.
\end{cases}$$
(B.1)

Введем скалярный потенциал φ , такой, что $\mathfrak{H} = -\nabla \varphi$. Тогда уравнения Максвелла, div $\mathfrak{B} = 0$ и rot $\mathfrak{H} = 0$, где $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi \mathfrak{M}$, $\mathfrak{M}(\boldsymbol{\rho}, z) = \mathbf{m}(\boldsymbol{\rho}, z)\theta(-z) + \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho})\theta(z)\theta(h-z)$ перейдут в уравнение Пуассона $\Delta \varphi = 4\pi \operatorname{div} \mathfrak{M}$. Приведем решение этого уравнения в терминах магнитного поля,

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}^M + \mathfrak{H}^m, \tag{B.2}$$

где \mathfrak{H}^M
и \mathfrak{H}^m — вклады от намагниченности ферро- и парамагнетика соответственно. Эти вклады имеют вид

$$\mathfrak{H}^{M}(\boldsymbol{\rho}, z) = -\hat{\mathbf{e}}_{\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{h} D_{\alpha\beta}^{\text{intra}}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}', z - z') M_{\beta}(\boldsymbol{\rho}') \, d\boldsymbol{\rho}' \, dz, \tag{B.3}$$

$$\mathfrak{H}^{m}(\boldsymbol{\rho}, z) = -\int_{-\infty}^{+\infty} m_{z}(\boldsymbol{\rho}', 0) \nabla \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} |_{z'=0} d\boldsymbol{\rho}'.$$
(B.4)

Здесь $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z), \, \mathbf{r}' = (\boldsymbol{\rho}', z'), \, \hat{\mathbf{e}}_{\alpha} - \alpha$ -й орт декартовой системы координат, а $D_{\alpha\beta}^{\text{intra}}$ — симметричный тензор второго ранга, имеющий вид

$$D_{\alpha\beta}^{\text{intra}}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}', z - z') = \frac{\partial^2}{\partial x_{\alpha} \partial x'_{\beta}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}.$$
(B.5)

Из формул (B.2)-(B.4) после подстановки $\mathfrak{H}_{-} = \mathbf{m}/\chi$ получаем интегральное уравнения на $m_z(\boldsymbol{\rho}, 0)$:

$$\frac{1}{\chi}m_z(\rho,0) + \int_{-\infty}^{+\infty}m_z(\rho',0)\left(\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\right)|_{z=0}\,d\rho' = \left(\mathbf{n}\times\mathfrak{H}^M_-(\rho,0)\right).\tag{B.6}$$

Решение уравнения (В.6) позволяет определить магнитостатическое поле \mathfrak{H} . Наконец, можно переписать выражения для $F_{\mathrm{MS}}^{\mathrm{intra}}$ и $F_{\mathrm{MS}}^{\mathrm{inter}}$ в следующем виде

$$F_{\rm MS}^{\rm intra} = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{h} (\mathbf{M} \cdot \mathfrak{H}_{0}^{M}) d\boldsymbol{\rho} dz =$$

= $\frac{1}{2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \iint_{0}^{h} D_{\alpha\beta}^{\rm intra} \left(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}', z - z'\right) M_{\alpha} \left(\boldsymbol{\rho}\right) M_{\beta} \left(\boldsymbol{\rho}'\right) d\boldsymbol{\rho} d\boldsymbol{\rho}' dz dz', \quad (B.7)$

$$F_{\rm MS}^{\rm inter} = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{h} (\mathbf{M} \cdot \mathfrak{H}_{0}^{m}) d\boldsymbol{\rho} dz =$$
$$= \frac{1}{2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{h} m_{z} \left(\boldsymbol{\rho}', 0\right) \left[\mathbf{M} \left(\boldsymbol{\rho}\right) \cdot \nabla\right] \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} |z'=0 \, d\boldsymbol{\rho} \, d\boldsymbol{\rho}' \, dz. \tag{B.8}$$

Структура ферромагнетик/сверхпроводник

Аналогично, введем магнитостатическое поле \mathfrak{B} , создаваемое намагниченностью \mathbf{M} и сверхтоком \mathbf{j}_s совместно,

$$\mathfrak{B} = \begin{cases} \mathfrak{B}_{-}, \, z < 0, \\ \mathfrak{B}_{0}, \, 0 < z < h, \\ \mathfrak{B}_{+}, \, z > 0. \end{cases}$$
(B.9)

Введем векторный потенциал **A**, такой, что $\mathfrak{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$. Далее, используя уравнения Максвелла и уравнение Лондонов, т.е. $\operatorname{rot} \mathfrak{B} = 4\pi \mathfrak{J}/c$, $\operatorname{div} \mathfrak{B} = 0$, $\mathfrak{J}(\boldsymbol{\rho}, z) = c \operatorname{rot}[\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho})\theta(z)\theta(h-z)] + \theta(-z)\mathbf{j}_s(\boldsymbol{\rho}, z)$, $\mathbf{j}_s = -c\mathbf{A}_-/(4\pi\lambda^2)$ получим следующее уравнение на векторный потенциал:

$$\Delta \mathbf{A} = -4\pi \left\{ \theta(z)\theta(h-z)\mathrm{rot}\mathbf{M} + \left[\delta(z) - \delta(h-z)\right](\mathbf{n} \times \mathbf{M}) + \frac{1}{c}\theta(-z)\mathbf{j}_s \right\}.$$
 (B.10)

Отметим, что уравнение Лондонов требует введения лондоновской калибровки, т.е. div $\mathbf{A} = 0$ и $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{A}_{-})|_{z=0} = 0$. Решение уравнения (B.10) имеет вид

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^* + \mathbf{A}^M + \mathbf{A}^s, \tag{B.11}$$

где \mathbf{A}^M и \mathbf{A}^s — вклады от ферромагнетика и сверхпроводника соответственно. Эти вклады имеют следующий вид:

$$\mathbf{A}^{M}(\boldsymbol{\rho}, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{h} \left(\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}') \times \nabla' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) d\boldsymbol{\rho}' dz', \tag{B.12}$$

$$\mathbf{A}^{s}(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \mathbf{j}_{s}(\boldsymbol{\rho}', z') d\boldsymbol{\rho}' dz'.$$
(B.13)

Здесь оператор ∇' действует на координаты **r**'. Вклад **A**^{*} представляет собой решение однородного уравнения $\Delta \mathbf{A}^* = 0$. Введение **A**^{*} обеспечивает выполнение лондоновской калибровки. Из формул (B.11)-(B.13) с учетом уравнения Лондонов можно получить следующее интегральное уравнение на **j**_s:

$$\mathbf{j}_{s}(\boldsymbol{\rho},z) + \frac{1}{4\pi\lambda^{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \mathbf{j}_{s}(\boldsymbol{\rho}',z') d\boldsymbol{\rho}' dz' = -\frac{c}{4\pi\lambda^{2}} \left[\mathbf{A}_{-}^{M}(\boldsymbol{\rho},z) + \mathbf{A}_{-}^{*}(\boldsymbol{\rho},z) \right], \quad (B.14)$$

решение которого позволяет определить магнитостатическое поле \mathfrak{B} . Выражение для энергии $F_{\rm MS}^{\rm intra}$ совпадает с формулой (В.7), если отбросить незначительное постоянное слагаемое, пропорциональное среднему квадрату **M**, появление которого связано с разницей в определении энергий (4.2) и (4.4). Для $F_{\rm MS}^{\rm inter}$ получается следующее выражение:

$$F_{\rm MS}^{\rm inter} = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{h} \left(\mathbf{M} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{A}^{s} \right) d\boldsymbol{\rho} \, dz = = -\frac{1}{2c} \iint_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{h} \int_{-\infty}^{0} \left[\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}) \cdot \operatorname{rot} \left(\frac{\mathbf{j}_{s}(\boldsymbol{\rho}', z')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) \right] d\boldsymbol{\rho} \, d\boldsymbol{\rho}' dz \, dz'.$$
(B.15)

Магнитостатическая энергия

Наконец, после преобразования Фурье намагниченности $\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}),$

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\mathcal{S}}{\left(2\pi\right)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{M}(\mathbf{q}) e^{i(\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\rho})} d\mathbf{q}, \qquad (B.16)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \frac{1}{\mathcal{S}} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}) e^{-i(\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\rho})} d\boldsymbol{\rho}, \tag{B.17}$$

а также интегрирования по z и z' из формул (B.6)–(B.8) и (B.14)–(B.15) получаем искомую энергию (4.5а).

С. Магнитная спираль с произвольным ψ

Здесь будет рассмотрен случай магнитной спирали с произвольным параметром ψ с целью определения условий, при выполнении которых состояние с $\psi = 0$ (магнитная циклоида) является устойчивым по отношению к изменению ψ . После расчета $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ для $\Theta(x) = kx$ и подстановки в формулу (4.5a) получаем следующее выражение для свободной энергии $\Delta F(k, \psi) = F(k, \psi) - F_0$ при H = 0:

$$\Delta F(k,\psi) = M_0^2 h \mathcal{S} \left(\frac{1}{2} l_0^2 k^2 + \frac{1}{4} K_a^{\text{eff}} - \frac{\pi}{kh} \left\{ \left[kh - \left(1 - e^{-kh} \right) \right] \sin^2 \psi + \frac{\kappa(k)}{2} \left(1 - e^{-kh} \right)^2 \left(1 + \cos \psi \right)^2 \right\} \right\},$$
(C.1)

если $k \neq 0$, и $\Delta F = 0$, если k = 0. Считая, что $kh \ll 1$, получим следующие выражения для равновесного k^* и соответствующего минимума свободной энергии:

$$k^* = \frac{\pi}{2h\epsilon^2} \left[\sin^2 \psi + \kappa \left(1 + \cos \psi \right)^2 \right], \qquad (C.2)$$

$$\Delta F(k^*,\psi) = \frac{1}{4}M_0^2h\mathcal{S}\left\{K_a^{\text{eff}} - \frac{\pi^2}{2\epsilon^2}\left[\sin^2\psi + \kappa\left(1 + \cos\psi\right)^2\right]^2\right\},\tag{C.3}$$

где было учтено, что $\epsilon \gg 1$. Формулы (С.2) и (С.3) справедливы при выполнении условия $\sin^2 \psi + \kappa (1 + \cos \psi)^2 \ge 0$, которое всегда может быть выполнено для $\kappa \ge 0$ (ферромагнетик/парамагнетик). Раскладывая $\Delta F(k^*, \psi)$ в ряд по ψ в окрестности $\psi = 0$ и требуя, чтобы коэффициент при ψ^2 был положительным, получаем условие существования минимума свободной энергии при $\psi = 0$: $\kappa > 1/2$. Поскольку для структуры ферромагнетик/парамагнетик $0 \le \kappa \le 1$, это условие может быть выполнено.

Отметим, что в случае отдельной ферромагнитной пленки ($\kappa = 0$) минимум ΔF соответствует магнитной спирали блоховского типа ($\psi = \pm \pi/2$). По-видимому, наличие такого решения связано с выбором пробной функции, приводящей к независимости энергии анизотропии от k.

Литература

- [1] Zutić, I. Proximitized materials [Text] / I. Zutić, A. Matos-Abiague, B. Scharf [et al.] // Mater. Today. — 2019. — Vol. 22. — P. 85–107. — URL: https://doi.org/10.1016/j. mattod.2018.05.003.
- [2] Шмидт, В. В. Введение в физику сверхпроводников [Текст] / В. В. Шмидт. Москва : МЦНМО, 2000.
- [3] Manna, P. K. Two interface effects: Exchange bias and magnetic proximity [Text] / P. K. Manna, S. M. Yusuf // Phys. Rep. 2014. Vol. 535. P. 61–99. URL: https://doi.org/10.1016/j.physrep.2013.10.002.
- [4] Hellman, F. Interface-induced phenomena in magnetism [Text] / F. Hellman, A. Hoffmann,
 Y. Tserkovnyak [et al.] // Rev. Mod. Phys. 2017. Vol. 89. P. 025006. URL: https://doi.org/10.1103/RevModPhys.89.025006.
- [5] Feldtkeller, E. Coupled Walls in Multilayer Films [Text] / E. Feldtkeller // J. Appl. Phys. —
 1968. Vol. 39. P. 1181–1190. URL: https://doi.org/10.1063/1.1656218.
- [6] Weiss, P. Le phénomène magnétocalorique [Text] / P. Weiss, A. Piccard // J. Phys. Theor. Appl. — 1917. — Vol. 7. — P. 103–109.
- [7] Franco, V. Magnetocaloric effect: From materials research to refrigeration devices [Text] / V. Franco, J.S. Blázquez, J.J. Ipus [et al.] // Prog. Mater. Sci. 2018. Vol. 93. P. 112-232. URL: https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2017.10.005.
- [8] Ram, N. Raghu. Review on Magnetocaloric Effect and Materials [Text] / N. Raghu Ram,
 M. Prakash, U. Naresh [et al.] // J. Supercond. Novel Magn. 2018. Vol. 31. —
 P. 1971–1979. URL: https://doi.org/10.1007/s10948-018-4666-z.

- [9] Tishin, A. M. The Magnetocaloric Effect and its Applications [Text] / A. M. Tishin,
 Y. I. Spichkin. Boca Raton, FL, USA : CRC Press, 2016.
- [10] Bjørk, R. Review and comparison of magnet designs for magnetic refrigeration [Text] / R. Bjørk, C. R. H. Bahl, A. Smith, N. Pryds // Int. J. Refrig. 2010. Vol. 33. P. 437-448. URL: https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2009.12.012.
- [11] Miller, C. W. Magnetocaloric effect in nanoscale thin films and heterostructures [Text] /
 C. W. Miller, D. D. Belyea, B. J. Kirby // J. Vac. Sci. Technol. A. 2014. Vol. 32. —
 URL: https://doi.org/10.1116/1.4882858.
- [12] Doblas, D. Nanostructuring as a procedure to control the field dependence of the magnetocaloric effect [Text] / D. Doblas, L. M. Moreno-Ramírez, V. Franco [et al.] // Mater. Des. 2017. Vol. 114. P. 214-219. URL: https://doi.org/10.1016/j.matdes. 2016.11.085.
- [13] Вонсовский, С. В. Магнетизм [Текст] / С. В. Вонсовский. Москва : Наука, 1971.
- [14] Silva, D. J. Solid state magnetic refrigerator [Text] / D. J. Silva, B. D. Bordalo, A. M. Pereira
 [et al.] // Appl. Energy. 2012. Vol. 93. P. 570–574. URL: https://doi.org/
 10.1016/j.apenergy.2011.12.002.
- [15] Pashenkin, I. Y. Magnetic and Magnetocaloric Modifications near Room Temperature in Fe_{0.6}Al_{0.4} Nanoalloys under Irradiation by Swift Heavy Ions [Text] / I. Y. Pashenkin, R. V. Gorev, M. A. Kuznetsov [et al.] // J. Phys. Chem. C. 2024. Vol. 128. P. 8853-8860. URL: https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.4c01851.
- [16] Mikuszeit, N. Magnetostatics and the rotational sense of cycloidal spin spirals [Text] / N. Mikuszeit, S. Meckler, R. Wiesendanger, R. Miranda // Phys. Rev. B. 2011. Vol. 84. P. 054404. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.054404.
- [17] Дзялошинский, И. Е. Термодинамическая теория «слабого» ферромагнетизма антиферромагнетиков [Текст] / И. Е. Дзялошинский // ЖЭТФ. — 1957. — Т. 32. — С. 1547-1562. — URL: http://www.jetp.ras.ru/files/dzialoshinski1957_ru.pdf.

- [18] Moriya, T. Anisotropic Superexchange Interaction and Weak Ferromagnetism [Text] / T. Moriya // Phys. Rev. 1960. Vol. 120. P. 91–98. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRev.120.91.
- [19] Ishikawa, Y. Helical spin structure in manganese silicide MnSi [Text] / Y. Ishikawa,
 K. Tajima, D. Bloch, M. Roth // Solid State Commun. 1976. Vol. 19. P. 525–528. —
 URL: https://doi.org/10.1016/0038-1098(76)90057-0.
- [20] Crépieux, A. Dzyaloshinsky-Moriya interactions induced by symmetry breaking at a surface
 [Text] / A. Crépieux, C. Lacroix // J. Magn. Magn. Mater. 1998. Vol. 182. P. 341– 349. — URL: https://doi.org/10.1016/S0304-8853(97)01044-5.
- [21] Imamura, H. Twisted exchange interaction between localized spins embedded in a one- or two-dimensional electron gas with Rashba spin-orbit coupling [Text] / H. Imamura, P. Bruno, Y. Utsumi // Phys. Rev. B. 2004. Vol. 69. P. 121303. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.69.121303.
- [22] Wang, S.-X. RKKY interaction in three-dimensional electron gases with linear spin-orbit coupling [Text] / S.-X. Wang, H.-R. Chang, J. Zhou // Phys. Rev. B. 2017. Vol. 96. P. 115204. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.115204.
- [23] Di, K. Asymmetric spin-wave dispersion due to Dzyaloshinskii-Moriya interaction in an ultrathin Pt/CoFeB film [Text] / K. Di, V. L. Zhang, H. S. Lim [et al.] // Appl. Phys. Lett. — 2015. — Vol. 106. — URL: https://doi.org/10.1063/1.4907173.
- [24] Romming, N. Writing and Deleting Single Magnetic Skyrmions [Text] / N. Romming,
 C. Hanneken, M. Menzel [et al.] // Science. 2013. Vol. 341. P. 636–639. —
 URL: https://doi.org/10.1126/science.1240573.
- [25] Lan, J. Spin-Wave Diode [Text] / J. Lan, W. Yu, R. Wu, J. Xiao // Phys. Rev. X. 2015. —
 Vol. 5, no. 4. P. 041049. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevX.5.041049.
- [26] Chen, J. Unidirectional spin-wave propagation and devices [Text] / J. Chen, H. Yu, G. Gubbiotti // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2021. — Vol. 55. — P. 123001. — URL: https://doi.org/10.1088/1361-6463/ac31f4.

- [27] Fert, A. Magnetic skyrmions: advances in physics and potential applications [Text] / A. Fert,
 N. Reyren, V. Cros // Nat. Rev. Mater. 2017. Vol. 2. P. 1–15. URL:
 https://doi.org/10.1038/natrevmats.2017.31.
- [28] Song, K. M. Skyrmion-based artificial synapses for neuromorphic computing [Text] / K. M. Song, J.-S. Jeong, B. Pan [et al.] // Nat. Electron. 2020. Vol. 3. P. 148–155. URL: https://doi.org/10.1038/s41928-020-0385-0.
- [29] Fishman, F. Theory of periodic ferromagnetic multilayers [Text] / F. Fishman, F. Schwabl,
 D. Schwenk // Phys. Lett. A. 1987. Vol. 121. P. 192–196. URL: https://doi.org/10.1016/0375-9601(87)90653-0.
- [30] Schwenk, D. Ferromagnetic multilayers: Statics and dynamics [Text] / D. Schwenk, F. Fishman, F. Schwabl // Phys. Rev. B. 1988. Vol. 38. P. 11618–11638. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.38.11618.
- [31] Navarro, I. Ferromagnetic interactions in nanostructured systems with two different Curie temperatures [Text] / I. Navarro, M. Ortuño, A. Hernando // Phys. Rev. B. 1996. Vol. 53. P. 11656–11660. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.53.11656.
- [32] Magnus, F. Long-range magnetic interactions and proximity effects in an amorphous exchange-spring magnet [Text] / F. Magnus, M. E. Brooks-Bartlett, R. Moubah [et al.] // Nat. Commun. 2016. Vol. 7. P. 1–7. URL: https://doi.org/10.1038/ ncomms11931.
- [33] Ishimatsu, N. Magnetic structure of Fe/Gd multilayers determined by resonant x-ray magnetic scattering [Text] / N. Ishimatsu, H. Hashizume, S. Hamada [et al.] // Phys. Rev. B. 1999. Vol. 60. P. 9596–9606. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.60.9596.
- [34] Hosoito, N. Magnetization curves of an Fe/Gd multilayer film calculated from Gd magnetization depth profiles determined by resonant x-ray magnetic scattering [Text] / N. Hosoito, H. Hashizume, N. Ishimatsu // J. Phys.: Condens. Matter. 2002. Vol. 14. P. 5289. URL: https://doi.org/10.1088/0953-8984/14/21/304.
- [35] Choi, Y. Temperature evolution of the Gd magnetization profile in strongly coupled Gd/Fe multilayers [Text] / Y. Choi, D. Haskel, R. E. Camley [et al.] // Phys. Rev. B. 2004. Vol. 70. P. 134420. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.70.134420.

- [36] Palonen, H. The magnetization profile induced by the double magnetic proximity effect in an Fe/Fe_{0.30}V_{0.70} superlattice [Text] / H. Palonen, B. O. Mukhamedov, A. V. Ponomareva [et al.] // Appl. Phys. Lett. 2019. Vol. 115. URL: https://doi.org/10.1063/1.5102121.
- [37] Thórarinsdóttir, K. A. Giant magnetic proximity effect in amorphous layered magnets
 [Text] / K. A. Thórarinsdóttir, H. Palonen, G. K. Palsson [et al.] // Phys. Rev. Mater. —
 2019. Vol. 3. P. 054409. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevMaterials.
 3.054409.
- [38] Qviller, A. J. Direct observation of magnetic proximity effects in amorphous exchangespring magnets by neutron reflectometry [Text] / A. J. Qviller, C. Frommen, B. C. Hauback [et al.] // Phys. Rev. Mater. — 2020. — Vol. 4. — P. 104404. — URL: https: //doi.org/10.1103/PhysRevMaterials.4.104404.
- [39] Magnus, F. Tuneable exchange-spring stiffness in amorphous magnetic trilayer structures
 [Text] / F. Magnus, U. B. Arnalds, H. Palonen [et al.] // J. Phys.: Condens. Matter. —
 2021. Vol. 33. P. 445803. URL: https://doi.org/10.1088/1361-648X/ac1c2c.
- [40] Kadigrobov, A. M. Thermoelectrical manipulation of nanomagnets [Text] / A. M. Kadigrobov, S. Andersson, D. Radić [et al.] // J. Appl. Phys. — 2010. — Vol. 107. — URL: https://doi.org/10.1063/1.3437054.
- [41] Andersson, S. Thermoelectrically Controlled Spin-Switch [Text] / S. Andersson, V. Korenivski // IEEE Trans. Magn. 2010. Vol. 46. P. 2140–2143. URL: https://doi.org/10.1109/TMAG.2010.2041053.
- [42] Andersson, S. Exchange coupling and magnetoresistance in CoFe/NiCu/CoFe spin valves near the Curie point of the spacer [Text] / S. Andersson, V. Korenivski // J. Appl. Phys. — 2010. — Vol. 107. — URL: https://doi.org/10.1063/1.3340509.
- [43] Kravets, A. F. Temperature-controlled interlayer exchange coupling in strong/weak ferromagnetic multilayers: A thermomagnetic Curie switch [Text] / A. F. Kravets, A. N. Timoshevskii, B. Z. Yanchitsky [et al.] // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 86. — P. 214413. — URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.86.214413.

- [44] Kravets, A. F. Synthetic ferrimagnets with thermomagnetic switching [Text] / A. F. Kravets,
 Yu. I. Dzhezherya, A. I. Tovstolytkin [et al.] // Phys. Rev. B. 2014. Vol. 90. —
 P. 104427. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.90.104427.
- [45] Polushkin, N. I. Thermomagnetic switching in strong/weak/strong ferromagnet stack detected with resonant X-ray magnetic reflectometry [Text] / N. I. Polushkin, E. A. Kravtsov, S. N. Vdovichev [et al.] // J. Magn. Magn. Mater. 2020. Vol. 497. P. 165930. URL: https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2019.165930.
- [46] Borynskyi, V. Yu. Thermomagnetic transition in nanoscale synthetic antiferromagnets Py/NiCu/Py [Text] / V. Yu. Borynskyi, D. M. Polishchuk, Yu. O. Savina [et al.] // Low Temp. Phys. — 2023. — Vol. 49. — P. 863-869. — URL: https://doi.org/10.1063/10. 0019699.
- [47] Kravets, A. F. Spin dynamics in a Curie-switch [Text] / A. F. Kravets, A. I. Tovstolytkin,
 Yu I. Dzhezherya [et al.] // J. Phys.: Condens. Matter. 2015. Vol. 27. P. 446003. —
 URL: https://doi.org/10.1088/0953-8984/27/44/446003.
- [48] Kravets, A. F. Anisotropic magnetization relaxation in ferromagnetic multilayers with variable interlayer exchange coupling [Text] / A. F. Kravets, D. M. Polishchuk, Yu. I. Dzhezherya [et al.] // Phys. Rev. B. 2016. Vol. 94. P. 064429. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.94.064429.
- [49] Скороходов, Е. В. Ферромагнитный резонанс в системе магнитных пленок с различными температурами Кюри [Текст] / Е. В. Скороходов, Е. С. Демидов, С. Н. Вдовичев, А. А. Фраерман // ЖЭТФ. — 2017. — Т. 151. — С. 724. — URL: https: //doi.org/10.7868/S0044451017040113.
- [50] Фраерман, А. А. Магнитокалорический эффект в многослойных структурах ферромагнетик/парамагнетик [Текст] / А. А. Фраерман, И. А. Шерешевский // Письма в ЖЭТФ. — 2015. — Т. 101. — С. 693. — URL: http://jetpletters.ru/ps/dx/10.7868/ S0370274X15090076.
- [51] Polishchuk, D. M. Giant magnetocaloric effect driven by indirect exchange in magnetic multilayers [Text] / D. M. Polishchuk, Yu. O. Tykhonenko-Polishchuk, E. Holmgren [et al.] //

Phys. Rev. Mater. — 2018. — Vol. 2. — P. 114402. — URL: https://doi.org/10.1103/ PhysRevMaterials.2.114402.

- [52] Persson, M. Proximity-enhanced magnetocaloric effect in ferromagnetic trilayers [Text] / M. Persson, M. M. Kulyk, A. F. Kravets, V. Korenivski // J. Phys.: Condens. Matter. 2022. Vol. 35, no. 7. P. 075801. URL: https://doi.org/10.1088/1361-648X/ac9f95.
- [53] Vdovichev, S. N. High magnetocaloric efficiency of a NiFe/NiCu/CoFe/MnIr multilayer in a small magnetic field [Text] / S. N. Vdovichev, N. I. Polushkin, I. D. Rodionov [et al.] // Phys. Rev. B. 2018. Vol. 98. P. 014428. URL: https://doi.org/10.1103/ PhysRevB.98.014428.
- [54] Polushkin, N. I. Magnetic and magnetocaloric properties of Py/Gd/CoFe/IrMn stacks
 [Text] / N. I. Polushkin, I. Y. Pashenkin, E. Fadeev [et al.] // J. Magn. Magn. Mater. —
 2019. Vol. 491. P. 165601. URL: https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2019.
 165601.
- [55] Пашенькин, И. Ю. Увеличение магнитокалорической эффективности прослойки Gd между сильными ферромагнетиками [Текст] / И. Ю. Пашенькин, Н. И. Полушкин, М. В. Сапожников [и др.] // ФТТ. 2022. Т. 64. С. 1359. URL: https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/53073.
- [56] Kulyk, M. Magnetocaloric effect in multilayers studied by membrane-based calorimetry
 [Text] / M. Kulyk, M. Persson, D. Polishchuk, V. Korenivski // J. Phys. D: Appl. Phys. —
 2022. Vol. 56. P. 025002. URL: https://doi.org/10.1088/1361-6463/aca67f.
- [57] Meiklejohn, W. H. New Magnetic Anisotropy [Text] / W. H. Meiklejohn, C. P. Bean // Phys. Rev. — 1956. — Vol. 102. — P. 1413-1414. — URL: https://doi.org/10.1103/ PhysRev.102.1413.
- [58] Meiklejohn, W. H. New Magnetic Anisotropy [Text] / W. H. Meiklejohn, C. P. Bean // Phys. Rev. — 1957. — Vol. 105. — P. 904-913. — URL: https://doi.org/10.1103/ PhysRev.105.904.

- [59] Nogués, J. Exchange bias [Text] / J. Nogués, Ivan K. Schuller // J. Magn. Magn. Mater. —
 1999. Vol. 192. P. 203–232. URL: https://doi.org/10.1016/S0304-8853(98)
 00266-2.
- [60] Kiwi, M. Exchange bias theory [Text] / M. Kiwi // J. Magn. Magn. Mater. 2001. —
 Vol. 234. P. 584–595. URL: https://doi.org/10.1016/S0304-8853(01)00421-8.
- [61] Nogués, J. Exchange bias in nanostructures [Text] / J. Nogués, J. Sort, V. Langlais [et al.] // Phys. Rep. — 2005. — Vol. 422. — P. 65–117. — URL: https://doi.org/10.1016/j. physrep.2005.08.004.
- [62] Giri, S. Exchange bias effect in alloys and compounds [Text] / S. Giri, M. Patra, S. Majumdar // J. Phys.: Condens. Matter. — 2011. — Vol. 23. — P. 073201. — URL: https://doi.org/10.1088/0953-8984/23/7/073201.
- [63] Zhang, W. Epitaxial exchange-bias systems: From fundamentals to future spin-orbitronics
 [Text] / W. Zhang, K. M. Krishnan // Materials Science and Engineering: R: Reports. —
 2016. Vol. 105. P. 1–20. URL: https://doi.org/10.1016/j.mser.2016.04.001.
- [64] Blachowicz, T. Exchange Bias in Thin Films—An Update [Text] / T. Blachowicz,
 A. Ehrmann // Coatings. 2021. Vol. 11. P. 122. URL: https://doi.org/10.
 3390/coatings11020122.
- [65] Xi, H. Coupling between two ferromagnetic layers separated by an antiferromagnetic layer
 [Text] / H. Xi, R. M. White // Phys. Rev. B. 2000. Vol. 62. P. 3933–3940. —
 URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.62.3933.
- [66] Cheng, R. Interlayer Couplings Mediated by Antiferromagnetic Magnons [Text] / R. Cheng,
 D. Xiao, J.-G. Zhu // Phys. Rev. Lett. 2018. Vol. 121. P. 207202. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.207202.
- [67] Cheng, R. Antiferromagnet-based magnonic spin-transfer torque [Text] / R. Cheng, D. Xiao,
 J.-G. Zhu // Phys. Rev. B. 2018. Vol. 98. P. 020408. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.98.020408.
- [68] Polishchuk, D. M. Thermal Gating of Magnon Exchange in Magnetic Multilayers with Antiferromagnetic Spacers [Text] / D. M. Polishchuk, Yu. O. Tykhonenko-Polishchuk,

Ya. M. Lytvynenko [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2021. — Vol. 126. — P. 227203. — URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.126.227203.

- [69] Polishchuk, D. M. Antiferromagnet-mediated interlayer exchange: Hybridization versus proximity effect [Text] / D. M. Polishchuk, Yu. O. Tykhonenko-Polishchuk, Ya. M. Lytvynenko [et al.] // Phys. Rev. B. — 2023. — Vol. 107. — P. 224432. — URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.107.224432.
- [70] Kuch, W. Tuning the magnetic coupling across ultrathin antiferromagnetic films by controlling atomic-scale roughness [Text] / W. Kuch, L. I. Chelaru, F. Offi [et al.] // Nat. Mater. — 2006. — Vol. 5. — P. 128–133. — URL: https://doi.org/10.1038/nmat1548.
- [71] Nam, D. N. H. Propagation of exchange bias in CoFe/FeMn/CoFe trilayers [Text] /
 D. N. H. Nam, W. Chen, K. G. West [et al.] // Appl. Phys. Lett. 2008. Vol. 93. —
 URL: https://doi.org/10.1063/1.2999626.
- [72] Shokr, Y. A. Temperature-induced sign change of the magnetic interlayer coupling in Ni/Ni₂₅Mn₇₅/Ni trilayers on Cu₃Au(001) [Text] / Y. A. Shokr, M. Erkovan, C.-B. Wu [et al.] // J. Appl. Phys. 2015. Vol. 117. URL: https://doi.org/10.1063/1. 4919597.
- [73] Hagelschuer, T. Spin-state transition in antiferromagnetic Ni_{0.4}Mn_{0.6} films in Ni/NiMn/Ni trilayers on Cu(001) [Text] / T. Hagelschuer, Y. A. Shokr, W. Kuch // Phys. Rev. B. 2016. Vol. 93. P. 054428. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.93.054428.
- [74] Mauri, D. Simple model for thin ferromagnetic films exchange coupled to an antiferromagnetic substrate [Text] / D. Mauri, H. C. Siegmann, P. S. Bagus, E. Kay // J. Appl. Phys. 1987. Vol. 62. P. 3047–3049. URL: https://doi.org/10.1063/1.339367.
- [75] Genkin, G. M. Spin configurations in ferromagnet-antiferromagnet-ferromagnet (FM-AFM-FM) trilayers [Text] / G. M. Genkin, M. V. Sapozhnikov, I. D. Tokman // J. Magn. Magn. Mater. 1994. Vol. 132. P. 323–330. URL: https://doi.org/10.1016/0304-8853(94)90328-X.
- [76] Stiles, M. D. Model for exchange bias in polycrystalline ferromagnet-antiferromagnet bilayers
 [Text] / M. D. Stiles, R. D. McMichael // Phys. Rev. B. 1999. Vol. 59. P. 3722– 3733. — URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.59.3722.

- [77] Yang, F. Y. Spiraling Spin Structure in an Exchange-Coupled Antiferromagnetic Layer
 [Text] / F. Y. Yang, C. L. Chien // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85. P. 2597–2600. —
 URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.2597.
- [78] Udalov, O. G. On the theory of magneto-electric coupling in a ferromagnet/Cr₂O₃/ferromagnet multilayer [Text] / O. G. Udalov, A. A. Fraerman // J. Magn. Magn. Mater. — 2020. — Vol. 514. — P. 167266. — URL: https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2020.167266.
- [79] Wang, B. Y. Driving magnetization perpendicular by antiferromagnetic-ferromagnetic exchange coupling [Text] / B. Y. Wang, N. Y. Jih, W. C. Lin [et al.] // Phys. Rev. B. 2011. Vol. 83. P. 104417. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.83.104417.
- [80] Kuświk, P. Effect of CoO/Ni orthogonal exchange coupling on perpendicular anisotropy of Ni films on Pd(001) [Text] / P. Kuświk, P. L. Gastelois, M. M. Soares [et al.] // Phys. Rev. B. 2015. Vol. 91. P. 134413. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.91.134413.
- [81] Wang, B.-Y. Antiferromagnet-induced perpendicular magnetic anisotropy in ferromagnetic/antiferromagnetic/ferromagnetic trilayers [Text] / B.-Y. Wang, P.-H. Lin, M.-S. Tsai
 [et al.] // Phys. Rev. B. 2016. Vol. 94. P. 064402. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.94.064402.
- [82] Genkin, G. M. Frequencies of ferromagnetic resonance of ferromagnet-antiferromagnetferromagnet (FM/AFM/FM) trilayers [Text] / G. M. Genkin, M. V. Sapozhnikov, I. D. Tokman // J. Magn. Magn. Mater. — 1994. — Vol. 131. — P. 369–384. — URL: https://doi.org/10.1016/0304-8853(94)90282-8.
- [83] Edelstein, A. S. Interlayer coupling and enhanced coercivity in ferromagnetic/antiferromagnetic structures [Text] / A. S. Edelstein, R. H. Kodama, M. Miller [et al.] // Appl. Phys. Lett. — 1999. — Vol. 74. — P. 3872–3874. — URL: https://doi.org/10.1063/1.124208.
- [84] Нефедов, И. М. Магнитостатический механизм управления киральностью распределений намагниченности [Текст] / И. М. Нефедов, А. А. Фраерман, И. А. Шерешевский // ФТТ. — 2016. — Т. 58. — С. 490–494. — URL: https://doi.org/10.1134/ S1063783416030239.

- [85] Mikuszeit, N. Substrate polarization effects in two-dimensional magnetic arrays [Text] / N. Mikuszeit, F. Luo, G. Gómez-Santos [et al.] // Phys. Rev. B. 2012. Vol. 86. P. 054423. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.86.054423.
- [86] Мухаматчин, К. Р. Неколлинеарные состояния в цепочке однодоменных магнитных частиц [Текст] / К. Р. Мухаматчин, А. А. Фраерман // Письма в ЖЭТФ. — 2011. — Т. 93. — С. 797–800. — URL: https://doi.org/10.1134/S0021364011120113.
- [87] Фраерман, А. А. Киральная неустойчивость однородного состояния ферромагнитной пленки на магнитной подложке [Текст] / А. А. Фраерман, К. Р. Мухаматчин // ЖЭТФ. — 2020. — Т. 158. — С. 1109–1117. — URL: https://doi.org/10.31857/ S0044451020120111.
- [88] Golovchanskiy, I. A. Modified dispersion law for spin waves coupled to a superconductor [Text] / I. A. Golovchanskiy, N. N. Abramov, V. S. Stolyarov [et al.] // J. Appl. Phys. — 2018. — Vol. 124. — URL: https://doi.org/10.1063/1.5077086.
- [89] Golovchanskiy, I. A. Ferromagnet/Superconductor Hybridization for Magnonic Applications
 [Text] / I. A. Golovchanskiy, N. N. Abramov, V. S. Stolyarov [et al.] // Adv. Funct.
 Mater. 2018. Vol. 28. P. 1802375. URL: https://doi.org/10.1002/adfm.
 201802375.
- [90] Golovchanskiy, I. A. Ferromagnet/Superconductor Hybrid Magnonic Metamaterials [Text] /
 I. A. Golovchanskiy, N. N. Abramov, V. S. Stolyarov [et al.] // Adv. Sci. 2019. —
 Vol. 6. P. 1900435. URL: https://doi.org/10.1002/advs.201900435.
- [91] Dobrovolskiy, O. V. Magnon-fluxon interaction in a ferromagnet/superconductor heterostructure [Text] / O. V. Dobrovolskiy, R. Sachser, T. Brächer [et al.] // Nat. Phys. — 2019. — Vol. 15(5). — P. 477. — URL: https://doi.org/10.1038/s41567-019-0428-5.
- [92] Golovchanskiy, I. A. Nonlinear spin waves in ferromagnetic/superconductor hybrids [Text] /
 I. A. Golovchanskiy, N. N. Abramov, V. S. Stolyarov [et al.] // J. Appl. Phys. 2020. —
 Vol. 127. URL: https://doi.org/10.1063/1.5141793.
- [93] Niedzielski, B. Magnon-Fluxon Interaction in Coupled Superconductor/Ferromagnet Hybrid Periodic Structures [Text] / B. Niedzielski, C. L. Jia, J. Berakdar // Phys. Rev. Appl. —

2023. — Vol. 19. — P. 024073. — URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.19. 024073.

- [94] Borst, M. Observation and control of hybrid spin-wave-Meissner-current transport modes
 [Text] / M. Borst, P. H. Vree, A. Lowther [et al.] // Science. 2023. Vol. 382. —
 P. 430-434. URL: https://doi.org/10.1126/science.adj7576.
- [95] Camley, R. E. Magnetostatic interface waves in ferromagnets [Text] / R. E. Camley,
 A. A. Maradudin // Solid State Commun. 1982. Vol. 41. P. 585–588. URL: https://doi.org/10.1016/0038-1098(82)90946-2.
- [96] Zhang, P. X. Spin-wave modes in antiparallel magnetized ferromagnetic double layers [Text] /
 P. X. Zhang, W. Zinn // Phys. Rev. B. 1987. Vol. 35. P. 5219–5225. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.35.5219.
- [97] Nörtemann, F. C. Microscopic calculation of spin waves in antiferromagnetically coupled multilayers: Nonreciprocity and finite-size effects [Text] / F. C. Nörtemann, R. L. Stamps, R. E. Camley // Phys. Rev. B. 1993. Vol. 47. P. 11910–11923. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.47.11910.
- [98] Vashkovskii, A. V. The magnetic-wall effect on the characteristics of magnetostatic waves in an in-plane magnetized ferrite plate [Text] / A. V. Vashkovskii, E. G. Lokk // J. Commun. Technol. Electron. — 2006. — Vol. 51. — P. 568–579. — URL: https://doi.org/10. 1134/S106422690605010X.
- [99] Gallardo, R. A. Reconfigurable Spin-Wave Nonreciprocity Induced by Dipolar Interaction in a Coupled Ferromagnetic Bilayer [Text] / R. A. Gallardo, T. Schneider, A. K. Chaurasiya [et al.] // Phys. Rev. Appl. — 2019. — Vol. 12. — P. 034012. — URL: https: //doi.org/10.1103/PhysRevApplied.12.034012.
- [100] Gallardo, R. A. Spin-wave focusing induced by dipole-dipole interaction in synthetic antiferromagnets [Text] / R. A. Gallardo, P. Alvarado-Seguel, A. Kákay [et al.] // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 104. — P. 174417. — URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB. 104.174417.

- [101] Gladii, O. Spin-wave nonreciprocity at the spin-flop transition region in synthetic antiferromagnets [Text] / O. Gladii, R. Salikhov, O. Hellwig [et al.] // Phys. Rev. B. 2023. Vol. 107. P. 104419. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.107.104419.
- [102] Millo, F. Unidirectionality of spin waves in synthetic antiferromagnets [Text] / F. Millo,
 J.-P. Adam, C. Chappert [et al.] // Phys. Rev. Appl. 2023. Vol. 20. P. 054051. —
 URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.20.054051.
- [103] Gallardo, R. Coherent Magnons with Giant Nonreciprocity at Nanoscale Wavelengths
 [Text] / R. Gallardo, M. Weigand, K. Schultheiss [et al.] // ACS Nano. 2024. Vol. 18. —
 P. 5249–5257. URL: https://doi.org/10.1021/acsnano.3c08390.
- [104] Hals, K. M. D. Composite Topological Excitations in Ferromagnet-Superconductor Heterostructures [Text] / K. M. D. Hals, M. Schecter, M. S. Rudner // Phys. Rev. Lett. 2016. Vol. 117. P. 017001. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.017001.
- [105] Menezes, R. M. Manipulation of magnetic skyrmions by superconducting vortices in ferromagnet-superconductor heterostructures [Text] / R. M. Menezes, J. F. S. Neto, C. C. de Souza Silva, M. V. Milošević // Phys. Rev. B. 2019. Vol. 100. P. 014431. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.100.014431.
- [106] Dahir, S. M. Interaction of Skyrmions and Pearl Vortices in Superconductor-Chiral Ferromagnet Heterostructures [Text] / S. M. Dahir, A. F. Volkov, I. M. Eremin // Phys. Rev. Lett. 2019. Vol. 122. P. 097001. URL: https://doi.org/10.1103/ PhysRevLett.122.097001.
- [107] Andriyakhina, E. S. Interaction of a Néel-type skyrmion with a superconducting vortex
 [Text] / E. S. Andriyakhina, I. S. Burmistrov // Phys. Rev. B. 2021. Vol. 103. —
 P. 174519. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.174519.
- [108] Андрияхина, Е. С. Отталкивание неелевского скирмиона от пирловского вихря в тонких гетероструктурах ферромагнетик-сверхпроводник [Текст] / Е. С. Андрияхина, С. Апостолофф, И. С. Бурмистров // Письма в ЖЭТФ. — 2022. — Т. 116. — С. 801–807. — URL: https://doi.org/10.31857/S1234567822230094.
- [109] Apostoloff, S. S. Chirality inversion and radius blowup of a Néel-type skyrmion by a Pearl vortex [Text] / S. S. Apostoloff, E. S. Andriyakhina, P. A. Vorobyev [et al.] // Phys. Rev. B. 2023. Vol. 107. P. L220409. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB. 107.L220409.
- [110] Apostoloff, S. S. Deformation of a Néel-type skyrmion in a weak inhomogeneous magnetic field: Magnetization Ansatz and interaction with a Pearl vortex [Text] / S. S. Apostoloff, E. S. Andriyakhina, I. S. Burmistrov // Phys. Rev. B. 2024. Vol. 109. P. 104406. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.109.104406.
- [111] Vadimov, V. L. Magnetic skyrmions in ferromagnet-superconductor (F/S) heterostructures
 [Text] / V. L. Vadimov, M. V. Sapozhnikov, A. S. Mel'nikov // Appl. Phys. Lett. —
 2018. Vol. 113. URL: https://doi.org/10.1063/1.5037934.
- [112] Del-Valle, N. Imprinting skyrmions in thin films by ferromagnetic and superconducting templates [Text] / N. Del-Valle, S. Agramunt-Puig, A. Sanchez, C. Navau // Appl. Phys. Lett. — 2015. — Vol. 107. — URL: https://doi.org/10.1063/1.4932090.
- [113] Smith, A. Materials Challenges for High Performance Magnetocaloric Refrigeration Devices
 [Text] / A. Smith, C. R. H. Bahl, R. Bjørk [et al.] // Adv. Energy Mater. 2012. —
 Vol. 2. P. 1288–1318. URL: https://doi.org/10.1002/aenm.201200167.
- [114] Браут, Р. Фазовые переходы [Текст] / Р. Браут. Москва : МИР, 1967.
- [115] Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. В 10 т. Т. V. Статистическая физика. Ч. І. [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002.
- [116] Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. В 10 т. Т. VIII. Электродинамика сплошных сред. [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005.
- [117] Смарт, Дж. Эффективное поле в теории магнетизма [Текст] / Дж. Смарт. Москва : МИР, 1968.
- [118] Ахиезер, А. И. Спиновые волны [Текст] / А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский. — Москва : Наука, 1967.

- [119] Tegus, O. Transition-metal-based magnetic refrigerants for room-temperature applications
 [Text] / O. Tegus, E. Brück, K. H. J. Buschow, F. R. de Boer // Nature. 2002. Vol. 415. P. 150. URL: https://doi.org/10.1038/415150a.
- [120] Lyubina, J. Magnetocaloric materials for energy efficient cooling [Text] / J. Lyubina // J.
 Phys. D: Appl. Phys. 2017. Vol. 50. P. 053002. URL: https://doi.org/10.
 1088/1361-6463/50/5/053002.
- [121] Bogdanov, A. N. Thermodynamically stable "vortices" in magnetically ordered crystals. The mixed state of magnets [Text] / A. N. Bogdanov, D. A. Yablonskii // Sov. Phys. JETP. — 1989. — Vol. 68. — P. 101.
- [122] Fert, A. Role of Anisotropic Exchange Interactions in Determining the Properties of Spin-Glasses [Text] / A. Fert, P. M. Levy // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 44. P. 1538–1541. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.44.1538.
- [123] Yu, T. Chirality as generalized spin-orbit interaction in spintronics [Text] / T. Yu, Z. Luo,
 G. E. W. Bauer // Phys. Rep. 2023. Vol. 1009. P. 1–115. URL: https://doi.org/10.1016/j.physrep.2023.01.002.
- [124] Rohart, S. Skyrmion confinement in ultrathin film nanostructures in the presence of Dzyaloshinskii-Moriya interaction [Text] / S. Rohart, A. Thiaville // Phys. Rev. B. 2013. Vol. 88. P. 184422. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.88.184422.
- [125] Bogdanov, A. Thermodynamically stable magnetic vortex states in magnetic crystals [Text] /
 A. Bogdanov, A. Hubert // J. Magn. Magn. Mater. 1994. Vol. 138. P. 255–269. —
 URL: https://doi.org/10.1016/0304-8853(94)90046-9.
- [126] Bocdanov, A. The Properties of Isolated Magnetic Vortices [Text] / A. Bocdanov, A. Hubert // Phys. Status Solidi B. 1994. Vol. 186. P. 527–543. URL: https://doi.org/10.1002/pssb.2221860223.
- [127] Camley, R. E. Nonreciprocal surface waves [Text] / R. E. Camley // Surf. Sci. Rep. —
 1987. Vol. 7. P. 103–187. URL: https://doi.org/10.1016/0167-5729(87)
 90006-9.

- [128] Damon, R. W. Magnetostatic Modes of a Ferromagnetic Slab [Text] / R. W. Damon, J. R. Eshbach // J. Appl. Phys. — 1960. — Vol. 31. — P. S104–S105. — URL: https://doi.org/10.1063/1.1984622.
- [129] Seshadri, S. R. Surface magnetostatic modes of a ferrite slab [Text] / S. R. Seshadri // Proc.
 IEEE. 1970. Vol. 58. P. 506-507. URL: https://doi.org/10.1109/PROC.
 1970.7680.
- [130] De Wames, R. E. Characteristics of Magnetostatic Surface Waves for a Metalized Ferrite Slab [Text] / R. E. De Wames, T. Wolfram // J. Appl. Phys. — 1970. — Vol. 41. — P. 5243-5246. — URL: https://doi.org/10.1063/1.1658655.
- [131] Drovosekov, A. B. Magnetization and ferromagnetic resonance in a Fe/Gd multilayer: experiment and modelling [Text] / A. B. Drovosekov, N. M. Kreines, A. O. Savitsky
 [et al.] // J. Phys.: Condens. Matter. 2017. Vol. 29. P. 115802. URL: https://doi.org/10.1088/1361-648X/aa54f1.
- [132] Zhirnov, V. A. A contribution to the theory of domain walls in ferroelectrics [Text] / V. A. Zhirnov // Sov. Phys. JETP. — 1959. — Vol. 35(8). — P. 822. — URL: http://www.jetp.ras.ru/cgi-bin/dn/e_008_05_0822.pdf.
- [133] Bulaevskii, L. N. Temperature dependence of the shape of the domain wall in ferromagnetics and ferroelectrics [Text] / L. N. Bulaevskii, V. L. Ginzburg // Sov. Phys. JETP. 1964. Vol. 18. P. 530. URL: http://www.jetp.ras.ru/cgi-bin/dn/e_018_02_0530.pdf.
- [134] Журавский, А.М. Справочник по эллиптическим функциям [Текст] / А.М. Журавский. — Москва-Ленинград : АН СССР, 1941.
- [135] Bizette, H. Susceptibilités magnétiques principales d'un cristal de sidérose et du fluorure manganeux [Text] / H. Bizette, B. Tsai // Compt. Rend. — 1954. — Vol. 238. — P. 1575.
- [136] Shapira, Y. Magnetic Phase Diagram of MnF₂ from Ultrasonic and Differential Magnetization Measurements [Text] / Y. Shapira, S. Foner // Phys. Rev. B. 1970. Vol. 1. P. 3083–3096. URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.1.3083.
- [137] Nordblad, P. Specific heat and magnetic susceptibility of MnF_2 and $Mn_{0.98}Fe_{0.02}F_2$ near T_N [Text] / P. Nordblad, L. Lundgren, E. Figueroa, O. Beckman // J. Magn. Magn. Mater. —

1981. — Vol. 23. — P. 333-341. — URL: https://doi.org/10.1016/0304-8853(81) 90056-1.

- [138] Barak, J. The magnetic anisotropy of MnF₂ AT 0 K [Text] / J. Barak, V. Jaccarino,
 S. M. Rezende // J. Magn. Magn. Mater. 1978. Vol. 9. P. 323–332. URL: https://doi.org/10.1016/0304-8853(78)90087-2.
- [139] Гуревич, А. Г. Магнитные колебания и волны [Текст] / А. Г. Гуревич, Г. А. Мелков. Москва : ФИЗМАТЛИТ, 1994.

Список публикаций автора по теме диссертации

Статьи в журналах из перечня ВАК:

- [A1] Magnetocaloric effect in exchange-coupled strong/weak/strong ferromagnet stacks [Text] /
 M. A. Kuznetsov, I. Y. Pashenkin, N. I. Polushkin, M. V. Sapozhnikov, and A. A. Fraerman // J. Appl. Phys. 2020. Vol. 127. P. 183904.
- [A2] Кузнецов, М. А. Магнитокалорический эффект в наносистемах на основе ферромагнетиков с различными температурами Кюри [Текст] / М. А. Кузнецов, А. Б. Дровосеков, А. А. Фраерман // ЖЭТФ. — 2021. — Т. 159. — С. 79.
- [A3] Kuznetsov, M. A. Temperature-sensitive spin-wave nonreciprocity induced by interlayer dipolar coupling in ferromagnet/paramagnet and ferromagnet/superconductor hybrid systems [Text] / M. A. Kuznetsov and A. A. Fraerman // Phys. Rev. B. — 2022. — Vol. 105. — P. 214401.
- [A4] Kuznetsov, M. A. Effective interfacial Dzyaloshinskii-Moriya interaction and skyrmion stabilization in ferromagnet/paramagnet and ferromagnet/superconductor hybrid systems
 [Text] / M. A. Kuznetsov, K. R. Mukhamatchin, and A. A. Fraerman // Phys. Rev. B. 2023. Vol. 107. P. 184428.
- [A5] Кузнецов, М. А. Магнитостатический механизм нарушения киральной симметрии в многослойных магнитных структурах [Текст] / М. А. Кузнецов, А. А. Фраерман // ЖЭТФ. – 2023. – Т. 164. – С. 514.

[A6] Kuznetsov, M. A. Exchange enhancement of magnetocaloric effect in a ferromagnet/antiferromagnet/ferromagnet layered structure [Text] / M. A. Kuznetsov and E. A. Karashtin // Phys. Rev. B. — 2024. — Vol. 109. — P. 224432.

Публикации в трудах конференций:

- [B1] Усиление магнитокалорического эффекта в многослойных структурах парамагнетик/ферромагнетик [Текст] / М А. Кузнецов, И. Ю. Пашенькин, Н. И. Полушкин [и др.] // XXIV международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника» (Н. Новгород, 10-13 марта 2020 г). — Т. 1. — Н. Новгород : Институт физики микроструктур РАН, 2020. — С. 219–220.
- [B2] Кузнецов, М. А. Невзаимные спиновые волны в системе «сильный»/«слабый» ферромагнетик [Текст] / М. А. Кузнецов, А. А. Фраерман // XXV международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника» (Н. Новгород, 9-12 марта 2021 г). Т. 1. Н. Новгород : Институт физики микроструктур РАН, 2021. С. 183–184.
- [B3] Кузнецов, М. А. Невзаимные спиновые волны в ферромагнитной пленке с экраном [Текст] / М. А. Кузнецов, А. А. Фраерман // Сборник трудов XXIV Международной конференции «Новое в магнетизме и магнитных материалах» (Москва, 1–8 июля 2021 г.). — Москва : МИРЭА - Российский технологический университет, 2021 — С. 5-20–5-23.
- [B4] Kuznetsov, M. A. Problem of magnetostatic skyrmion stabilization in ferromagnet/X (X = paramagnet, superconductor) hybrid systems [Text] / M. A. Kuznetsov,
 K. R. Mukhamatchin, and A. A. Fraerman // VIII Euro-Asian Symposium «Trends in MAGnetism» (Russia, Kazan, August 22-26, 2022). Vol. 2. Kazan : Zavoisky Physical-Technical Institute, 2022. P. 389–391.
- [B5] Увеличение магнитокалорической эффективности ультратонкой прослойки Gd между сильными ферромагнетиками [Текст] / И. Ю. Пашенькин, М. А. Кузнецов, Н. И. Полушкин [и. др.] // ХХVI международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника» (Н. Новгород, 14-17 марта 2022 г). — Т. 1. — Н. Новгород : Институт физики микроструктур РАН, 2022. — С. 327–328.
- [B6] Кузнецов, М. А. Эффективное взаимодействие Дзялошинского-Мории в гибридных системах ферромагнетик/парамагнетик и ферромагнетик/сверхпроводник [Текст] / М. А. Кузнецов, К. Р. Мухаматчин, А. А. Фраерман // XXVII международный симпо-

зиум «Нанофизика и наноэлектроника» (Н. Новгород, 13-16 марта 2023 г). — Т. 1. — Н. Новгород : Институт физики микроструктур РАН, 2023. — С. 230–231.

- [B7] Обменное усиление магнитокалорического эффекта в наноструктурах [Текст] / М. А. Кузнецов, И. Ю. Пашенькин, Н. И. Полушкин [и др.] // Дни калорики в Дагестане: функциональные материалы и их приложения (Дербент, 27-31 мая 2023 г). — Дербент : Институт физики им. Х. И. Амирханова ДФИЦ РАН, 2023. — С. 65–67.
- [B8] Кузнецов, М. А. Обменное усиление магнитокалорического эффекта в структуре ферромагнетик/антиферромагнетик/ферромагнетик [Текст] / М. А. Кузнецов, Е. А. Караштин // XXVIII международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника» (Н. Новгород, 11-15 марта 2024 г). — Т. 1. — Н. Новгород : Институт физики микроструктур РАН, 2024. — С. 280–281.